Enc.
18
15,1/2

Enc. 18. (15, 1.2
Bibliothek.

<36615346290011

<36615346290011

Bayer. Staatsbibliothek

Der Arithmetiker,

oder

Compendiöse Bibliothek

alles

Wissenswürdigen

aus der

bürgerlichen Rechnungskunst.

Heft I. und II.

Ladenpreis 12 ggl.

Eisenach und Halle,
bey Johann Jacob Gebauer,
1795.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Einleitung.

Nach genauer, sorgfältiger Absonderung sowol der im Mathematiker zu bearbeitenden allgemeinen oder höhern Arithmetik, als auch einiger sehr specieller Anwendungen und Erweiterungen, die das ausschließende Bedürfniß einzelner Stände, z. B. des Kaufmanns, in der bürgerlichen Rechnungswissenschaft nothwendig macht; und die als besondere Zweige derselben in den für diese Stände etablirten Abtheilungen unsrer Bibliothek Platz finden werden; wird die gegenwärtige XV. Abtheilung, oder der Aritbmetiker, enthalten:

A. Eine vollständige, gründliche Anweisung zur bürgerlichen Rechnungskunst, oder zu der sogenannten gemeinen, auf die Rechnungsfälle des häuslichen und bürgerlichen Lebens angewandten Arithmetik, — welche dem gemeinsamen Bedürfniß aller cultivirten Stände und Volksclassen, besonders aber der sich selbst oder andre Unterrichtenden, gemäß, nicht nur die

gemeinnützigsten arithmetischen Lehren und Regeln, sondern auch die Gründe derselben, in sofern diese gemein verständlich vorgetragen und ohne höhere Theorie begriffen werden können, enthalten wird.

B. Alle diejenigen Sach- oder Hülfskenntnisse, welche die praktische Anwendung der häuslichen und bürgerlichen Rechnungskunst voraussetzt. Daher vollständige und für die Hauptgegenden Deutschlands besonders reducirte Münz-, Maaß- und Gewichtsverzeichnisse ꝛc.

C. Hülfsmittel, theils zur Erleichterung und Abkürzung, theils auch zur Ersparung der am häufigsten in öconomischen und bürgerlichen Geschäfften vorkommenden Berechnungen. Daher Zinstabellen, Resolvirungstabellen verschiedener Münzsorten, und andere gehörig geordnete Rechnungsresultate.

D. Arithmetische Belustigungen, oder die mehr zum Vergnügen als zum häuslichen Nutzen angewandte Rechenkunst; z. B. sogenannte arithmetische Kunststücke, Rechnungsaufgaben aus der Geometrie, Astronomie ꝛc. wie auch zur besondern Uebung des Scharfsinns und zur gesellschaftlichen Unterhaltung ꝛc.

Da uns sowol in Ansehung der Jugendlehrer, die sich etwa unsers Arithmetikers als Handbuchs beym Unterricht bedienen wollen, als auch besonders in Ansehung der sich selbst Unterrichtenden alles an einer ächt elementarischen Anordnung der arithmetischen Wahrheiten und Regeln liegt; so wird nur dann erst das Nöthigste aus der Abtheilung B. eingeschaltet werden, wenn die Fortsetzung der in diesem vorliegenden

Hefte

Hefte gegebenen Anleitung zum Rechnen selbst, dieses nöthig macht; die Abtheilung C. aber erst dann folgen, wenn der sich selbst Unterrichtende durch die ersten Anfangsgründe der Rechnungs-Wissenschaft und Kunst in den Stand gesetzt worden, die Entstehungsart der Abkürzungs- und Erleichterungstabellen einzusehen, und die Rechnungsresultate selbst prüfen zu können. Die Abtheilung D hingegen wird, so weit dieses möglich ist, nach den Hauptrubriken des Rechenbuchs geordnet, diesem als Anhang beygefügt werden.

Die erste dieser Abtheilungen, oder die Anleitung zum Rechnen selbst, zerfällt, in Rücksicht der Art und Weise, wie sie dem Bedürfniß der sich oder andere gründlich Unterrichtenden gemäß gegeben werden muß,

a) in eine Anleitung, schriftlich, d. h. mit Zahlzeichen oder Ziffern, nach den Regeln der eigentlichen Rechen-Wissenschaft und R. Kunst,

b) in eine Anweisung, bloß in Gedanken (im Kopfe), d. h. mit Zahlen ohne Hülfe der Zahlzeichen, nach Regeln, die der gesunde Menschenverstand auch ohne kunstmäßigen Unterricht von selbst findet, und

c) in eine Anleitung, nach einer abgekürzten (aus den beiden vorigen zusammengesetzten) Art — zu rechnen.

Nach einer natürlichen oder zweckmäßigen Lehrmethode muß zwar bey dem ersten oder Elementarunterricht das sogenannte Kopfrechnen dem schriftlichen vorausgeschickt werden, wenn der Unterricht im letztern recht anschaulich, deutlich und fruchtbar werden soll. Da wir aber keine ersten Anfänger, sondern Leser voraussetzen, welchen es in Ansehung der Elemente

der Rechenkunst mehr um gründliche Wiederholung, um deutliche Einsicht der Gründe und Regeln des in der Jugend schon mechanisch gelernten und geübten Rechnens, als um bloße practische Vorübungen zur Entwickelung der arithmetischen Grundsätze und Regeln (durch noch nicht bewußten Gebrauch derselben) zu thun ist: so durfte hier in Absicht des Kopfrechnens — nur überhaupt bey jeder speciellen Rechnungsart das Verfahren des gesunden oder geweckten Verstandes, d. h. die Art und Weise, wie der im schriftlichen Rechnen nicht Unterrichtete Regeln der Rechenkunst (ohne deutliche Kenntniß derselben) in besondern Rechnungsfällen von selbst anzuwenden pflegt, — kurz angedeutet werden; überzeugt, daß für gebildete Leser auch schon eine kurze Anleitung hinreichend sey, eigne Uebung im Kopfrechnen zu veranlassen, und es in der Folge zur Abkürzung der schriftlichen Rechen-Operationen zu benutzen.

Jugendlehrer, die sich dieser Anleitung beym Unterrichte bedienen wollen, werden hier daher zwar keine hinlängliche Anzahl leichter Rechnungsaufgaben für den Elementar-Unterricht im Kopfrechnen, aber doch hinreichende Anleitung finden, wie sich der nach den verschiedenen Bedürfnissen ihrer Schüler leicht selbst zu wählende Stoff — methodisch und regelmäßig bearbeiten läßt *).

Die

*) Diejenigen, welche sich vom Werth und Nutzen des Kopfrechnens für Kinder noch nicht ganz überzeugt haben, finden in dem I. und II. Hefte des Pädagogen S. 115. einen Aufsatz über das Kopfrechnen, worin die Vorzüge dieser Art zu rechnen für den ersten Unterricht der Jugend kurz und deutlich angegeben werden; und worin zugleich die Methode gezeigt wird, nach welcher ein Lehrer seinen Schülern in kurzer Zeit darin

die

Die aus diesen beiden Arten des Rechnens, aus dem schriftlichen oder mittelbaren, und dem Kopfrechnen oder unmittelbaren Rechnen zusammengezogene, abgekürzte Art zu rechnen, wird unter der Rubrik: Vortheile und Abkürzungen, in der Anweisung zu jeder speciellen Rechnungsart auf die beiden vorigen Rubriken folgen, und muß, da die beiden vorigen Arten ihr nur zur Vorbereitung dienen, als das eigentliche practische Resultat der Anweisung selbst angesehen, und zum eignen Gebrauch bey vorkommenden Rechnungsfällen benutzt werden.

Uebrigens sind die ersten Hefte des Arithmetikers, so lange sie das ganze Gebiet der bürgerlichen Rechenkunst noch nicht umfassen, vornehmlich als ein Handbuch zum deutlichen und vollständigen Selbstunterricht für gebildete Leser aus allen Ständen anzusehen: daher auch ein gemein verständlicher populärer Vortrag dem eigentlich mathematischen; Deutlichkeit und Vollständigkeit, der Kürze (so bald diese jene hinderte), so wie eine elementarische Anordnung der arithmetischen Wahrheiten und Regeln — einer streng wissenschaftlichen, so bald sie sich mit dieser nicht ganz vereinigen ließ, vorgezogen wurde. — Daher wurden ferner die Vorschriften und Regeln allenthalben, wo es zum Verstehen derselben nöthig war, mit ihren Gründen unterstützt, und die Anwendung der erstern überall an Beyspielen erläutert. — Daher wurden endlich einer jeden Rechnungsart einige Exempel, sowol zur Selbstübung, als

die nöthige Fertigkeit zu verschaffen im Stande ist. Eine ausführlichere Erörterung und Anwendung der hier gegebenen Winke, wird in der Fortsetzung von Andre's erstem Lehrbuch des Schreibens, Lesens und Rechnens zu finden seyn.

auch zum Jugendunterrichte für Lehrer, beygefügt; bey deren Auswahl Gemeinnützigkeit (Brauchbarkeit für bürgerliches Leben in den verschiedenen Ständen und Gegenden Deutschlands), oder wo diese weniger in Betrachtung kommen durfte, das allgemein oder jeden Menschen Interessirende uns leitete. Diese Beyspielsammlung ist daher auch für alle Schulen in ganz Deutschland brauchbar; da hingegen in den gewöhnlichen Rechenbüchern nur größtentheils solche Beyspiele gefunden werden, die sich ausschließend auf ein gewisses Locale beziehen, und daher außer demselben wenig Brauchbarkeit haben.

Daß übrigens die in diesen ersten Heften gelieferte Arbeit nichts weniger als bloße, geordnete Compilation sey, wird derjenige, der sich die Mühe nehmen will, sie mit den gebrauchten Hülfsquellen zu vergleichen, leicht wahrnehmen.

B — e.

Inhalt.

Inhalt.

A. Anweisung zum Rechnen.

Erste Abth. Die Zahlenlehre und die 4 Species der Rechenkunst, sowol in nichtentgegengesetzten als entgegengesetzten, benannten, ganzen und gebrochenen Zahlen.

I. Abschn. Numeration.

1 Cap. Zahlenkunde.

a. Erläuterung des Begriffs von einer Zahl. S. 1

b. Eintheilung der Zahlen. 8

ba. Ganze und gebrochene Zahlen.

bb. Benannte und unbenannte Zahlen. 11

bc. Entgegengesetzte und nichtentgegengesetzte Zahlen. 13

bd. Gerade und ungerade Zahlen. 16

be. Einfache und zusammengesetzte Zahlen. 17

c. Wörtliche Bezeichnung, Folgeordnung und Classification der Zahlen. 19

2 Cap. Ziffernkunde. 25

II. Abschn. Die 4 Rechnungsarten in gleichbenannten, ganzen Zahlen. 40

1 Cap. Einleitung, die allgemeinen Vorkenntnisse enthaltend.

a. Von der Veränderung der Zahlen. 40

b. Vom Rechnen überhaupt, und der bürgerlichen Rechenkunst insbesondere. 49

c. Arithmetische Zeichen. 51

d. Grundsätze der Rechenkunst. 54

e. Abbreviaturen der Art-Benennungen von den Dingen, die am häufigsten gezählt werden. 63

2 Cap.

2 Cap. Addition. S. 66
a. Anweisung zum schriftlichen Addiren.
b. Anleitung zum unmittelbaren Addiren. 73
c. Vortheile und Abkürzungsregeln für das schriftliche Addiren. 78
d. Beyspiele zur Uebung. 82
3 Cap. Multiplication. 87
a. Anweisung zum schriftl. Multipliciren. 87
b. Anweisung zum unmittelbaren Multipl. 100
c. Vortheile u. Abkürzungen beym Multipl. 105
d. Beyspiele zur Uebung. 112
4 Cap. Subtraction. 117
a. Anleitung, schriftlich zu subtrahiren. 117
b. Anleitung, unmittelbar zu subtrahiren. 120
c. Abkürzungsregeln. 122
d. Beyspiele zur Uebung. 124
5 Cap. Division. 126
a. Anleitung zur schriftlichen Division. 126
b. Anleitung zur unmittelbaren Division. 141
c. Vortheile und Abkürzungen. 150
d. Beyspiele zur Uebung. 161
Zusatz zum 3ten Cap. 164
c. Vortheile und Abkürzungen beym Multipliciren, welche sich auf die Subtraction und Division gründen. 164
6 Cap. Probe der 4 Rechnungsarten. 168
a. der Addition. 168
b. der Subtraction. 171
c. der Multiplication. 171
d. der Division. 172
e. Uebungs-Exempel mit beygefügten Proben. 173
f. Grundsätze, welche die Richtigkeit dieser Proben beweisen. 175

A.

Anweisung zum Rechnen.

A. Anweisung zum Rechnen.

Erste Abtheilung.

Die Zahlenlehre und die 4 Rechnungsarten (Species) sowol in nicht entgegengesetzten als entgegengesetzten, benannten, ganzen und gebrochenen Zahlen *).

I. Abschnitt.

Einleitung der gesammten Rechenkunst, oder Die Kenntniß der Zahlen und Ziffern. (Numeration.)

Erstes Capitel.

Begriff, Eintheilung und Classification der Zahlen. (Zahlenkunde.)

a. Begriff von einer Zahl überhaupt.

1. Größe (quantitas) ist die Verbindung des gleichartigen Mannigfaltigen. Das Mannigfaltige kann mehr oder weniger seyn; daher hat etwas, das mehr oder minder seyn, vermehrt oder vermin-

 dert

*) Die bey der Abfassung dieser Abtheilung benutzten und verglichenen Schriften sind:

1. Mer-

dert werden kann, eine Größe. Man kann also sagen, die Größe (magnitudo) ist eine Eigenschaft, vermöge welcher etwas mehr oder weniger seyn, ver- mehrt

1. Merrems systematische Anfangsgründe der reinen Mathematik, Physik und Naturhistorie. Erster Band. Duisburg 1793. oder unter dem Titel: Anfangsgründe der allgemeinen Wesenlehre und Erkenntnißwissenschaft Als eine Einleitung in die mathematischen, physischen und naturhistorischen Wissenschaften.
2. Brodhagens Handbuch der theoretischen und praktischen Arithmetik zum Gebrauch derjenigen, die sich der Handlung widmen wollen. Hamburg 1790.
3. Lempens Rechenbuch für diejenigen jungen Leute, die sich dem praktischen Bergwesen widmen. Freyberg und Annaberg 1790.
4. Girtanners Lehren der Rechenkunst zum Gebrauch der Schulen, der Handlung und des gesellschaftlichen Lebens. Erster Theil. St. Gallen 1790.
5. Boysens gründliche Anweisung zur bürgerlichen Rechenkunst für den Haus- und Schulunterricht. Gotha 1792.
6. Roschers gemeinnütziges Rechenbuch. Erster Th. Lippstadt 1788.
7. Sinners Anfangsgründe der Rechenkunst für die akademischen Schulen zu Wirzburg. 1790.
8. Splittegarbs Anleitung zum Rechnen. Erster Theil. 2te Aufl. Berlin 1790.
9. Die Rechenkunst, wissenschaftlich vorgetragen von J. C. Weinhold. Dresden 1789.
10. Degens kurzer Unterricht in der Rechenkunst. Zum Gebrauch für die Jugend. Nürnberg 1789.
11. Karrers Anfangsgründe der arithmetischen Wissenschaft, auf mathematische Gründe und Vernunftschlüsse gebaut, für Jünglinge. Leipzig 1792.
12. Biermanns Anleitung zum Kopfrechnen, in Verbindung mit dem schriftlichen Rechnen. Hannover 1791.
13. Schweizer-Rechenbuch für den gemeinen Mann. Bern 1791.
14. Elfs Theorie und Anwendung der reesischen Regel auf bürgerliche Rechnungen. München 1788.

mehrt oder vermindert werden kann. Jedes Ding, das diese Eigenschaft hat, oder jeder Gegenstand, dem eine Größe zukommt, wird in der Mathematik (Größenlehre) selbst eine Größe (quantitas) genannt.

2. Die Größe eines Dinges erkennt man entweder durch unmittelbare Anschauung, oder durch Vergleichung derselben mit der bekannten Größe eines andern Dinges, welche in jener Größe ein- oder etlichemal ganz oder zum Theil enthalten ist, und daher das **Maaß** derselben, so wie diese Vergleichung anstellen, **messen** genannt wird.

3. Haben mehrere Dinge etwas mit einander gemein, d. h. eine gemeinschaftliche Eigenschaft, unter welcher sie als gleichartige (homogene) Dinge betrachtet werden; so machen sie zusammengenommen eine **Menge** (multitudo) von Dingen aus.

4. Die Größe einer solchen **Menge** heißt **Zahl** (numerus); sie messen, heißt **zählen** (numerare).

5. Nimmt man **Eins** von diesen gleichartigen Dingen aus der Menge derselben, so erhält man den Begriff von der **Einheit** (unitas).

Anmerkung 1. Eine Zahl besteht aus mehrern Einheiten.

2. **Eins** ist keine Zahl, weil die Zahl erst aus der **Vielheit** oder **Mehrheit** der Einheit erwächst, also ein Vielfaches der Einheit ist; ohne **Eins** läßt sich aber keine Zahl denken: denn die **Eins** oder die **Einheit** ist das Maaß einer jeden Zahl.

3. Da die gemeinschaftliche Eigenschaft (Nr. 3.) dasjenige ist, wodurch Dinge zu Einheiten einer Menge werden können, so nennen die Mathematiker gewöhnlich diese Eigenschaft selbst **Einheit**.

6. Mehrere Zahlen, die sich auf einerley Einheiten, d. h. auf Einheiten von einer Art beziehen, sind gleichartige Zahlen.

7. Gleichartige Zahlen können, da sie sich auf Einheiten oder auf Dinge von einer Art beziehen, in eine Zahl zusammengefaßt, d. h. zusammengezählt, und mit einander verglichen werden.

8. Es können nur gleichartige Zahlen (oder nur solche Größen) zusammengezählt werden, die Einheiten Einer Menge (Nr. 3.) ausmachen, folglich selbst gleichartig sind, oder als gleichartig gedacht werden.

Anmerkung. Dieser Erklärungssatz läßt sich durch folgendes Beyspiel leicht verständlich machen: drey Louis d'or, fünf Ducaten und sechs Speciesthaler können (als solche verschiedene Sorten zusammengenommen keine Zahl, also) weder vierzehn Ld'or, noch vierzehn Ducaten, noch so viele Speciesthlr. ausmachen; aber sie lassen sich unter die Benennung Geldstücke bringen. Folglich ist die Summe (bestimmt ausgedrückte Menge) vierzehn Stück Geld; und Geld ist hier das Gleichartige der Einheiten, oder (nach Nr. 5. Anmerk. 3.) die Einheit selbst.

9. Nur gleichartige Zahlen können mit einander verglichen werden. Denn die Zahlen sind Zeichen von den Größen (nemlich von den Größen der Mengen); Größen können aber nur verglichen werden, in so ferne sie von einerley Art sind.

Man vergleicht zwey Größen mit einander, wenn man untersucht, ob beide gleich oder ungleich (groß) sind. Dies zu erfahren, mißt man beide mit einem und demselben Maaße. D. h. man nimmt eine dritte schon bekannte Größe, die mit den zu vergleichenden Größen von einerley Art ist, und untersucht, wie vielmal

mal diese dritte Größe (als das Maaß) in jeder der beiden ersten Größen enthalten ist. (Z. B. um die Größen zweyer Stuben zu vergleichen, nimmt man eine gewisse Länge, etwa eine Elle, zum Maaße an, und untersucht, wie vielmal selbige nach der Länge und Breite in beiden Stuben enthalten ist.) Eine von zwey zu messenden Größen kann, wenn sie schon bekannt ist, auch das Maaß der andern seyn. Denn messen heißt eine unbekannte oder noch nicht bestimmt ausgedrückte Größe mit einer bekannten Größe vergleichen. (Z. B. die Größe des Gewichts wird gemessen, wenn man ein anderes Gewicht von einer bestimmten Größe, z. B. ein Loth, ein Pfund oder Centner, zum Maaße desselben annimmt.) Durch das Messen erfährt man, wie oft das Maaß in der auszumessenden Größe enthalten ist. Dieses wird durch eine Zahl ausgedrückt, deren Einheit das gebrauchte Maaß ist. Z. B. drey Ellen; hier ist die Elle die Einheit und das Maaß. Die Zahlen zeigen folglich an, wie vielmal eine Größe eine andere von eben der Art, die man als das Maaß oder die Einheit ansieht, in sich enthält. Sie zeigen also auch an, ob zwey Größen einer Art einander gleich oder ungleich sind, und dienen folglich zur Vergleichung der Größen.

10. Ein Paar gleichartige Zahlen sind gleich groß, wenn die Menge ihrer Einheiten gleich ist. Im Gegentheil ungleich groß. Die größere enthält mehr Einheiten, als die kleinere. Diese kann also als ein Theil der größern betrachtet werden.

11. Der durch Vergleichung der Zahlen gefundene Unterschied, d. h. die Verschiedenheit der Größe der-

derselben, bestimmt zwischen ihnen ein Verhältniß (Ration, Relation), und wird selbst das Verhältniß dieser Zahlen genannt.

b. Allgemeine Eintheilung der Zahlen.

ba. Ganze und gebrochene Zahlen.

1. Eine Menge besteht entweder aus lauter ähnlichen Ganzen, oder aus gleichen Theilen eines oder mehrerer gleich großer Ganzen, oder man sieht die Dinge, welche man zusammenzählt, als Ganze oder als gleiche (aliquote) Theile eines, auch mehrerer Ganzen an.

Anmerk. Man zählt z. B. ganze Ellen zusammen, aber auch Viertel- oder Achtel-Ellen, also gleiche Theile von einer oder mehreren ganzen Ellen, wobey vorausgesetzt wird, daß die ganzen Ellen, deren gleiche Theile gezählt werden, selbst von gleicher Größe sind. Denn die Einheit der Theile besteht in der Gleichheit der Größe. Ein Achtel von einer kleinern und ein anderes von einer größern Elle würden aber keine Theile von gleicher Größe seyn.

2. Die durch das Zusammenzählen erhaltene Menge ganzer Einheiten heißt eine ganze Zahl (numerus integer); die bestimmte Menge gleicher Theile von einem oder mehreren Ganzen aber, eine gebrochene Zahl (numerus fractus), oder auch ein Bruch (fractura).

Anmerk. Neun Thaler ist eine ganze Zahl. Drey Viertel Thlr. ein Bruch, wobey man sich vorstellen muß, daß der Thaler (oder die ganze Einheit) in vier gleiche Theile getheilt ist, von welcher drey Theile genommen worden sind. — Neun Viertel Thaler ist ebenfalls eine gebrochene Zahl: eine Menge, die den vierten Theil

des

des Thalers neunmal in sich begreift, und wozu mehr als eine ganze Einheit gehört.

3. Eine jede gebrochene Zahl wird durch zwey Zahlwörter ausgedrückt, wovon das eine, welches anzeigt, in wie viele Theile das Ganze, oder jedes Ganze zerlegt ist, der **Nenner** (denominator), dasjenige aber, welches die Menge der Theile angiebt, der **Zähler** (numerator) genannt wird.

4. Man kann eine Menge als ein Ganzes ansehen, dessen Theile selbst kleinere Ganze sind, und dessen Einheit darin besteht, daß es eine bestimmte Menge von kleinern Ganzen enthält. Die **Einheit** eines solchen Ganzen ist also eine aus einfachen kleinern **Einheiten** zusammengesetzte **Einheit**. Mehrere solcher zusammengesetzten Einheiten, als Theile betrachtet, können noch größere zusammengesetzte Einheiten bilden.

So besteht z. B. ein Loth aus einer Menge von Quentchen, ein Pfund aus einer Menge von Lothen, ein Centner aus einer Menge von Pfunden.

5. Daher läßt sich eine und dieselbe **Zahl** als eine ganze oder als eine gebrochene Zahl ansehen, nachdem man die zusammengezählten Dinge als eine Menge (kleinerer) ganzer **Einheiten**, oder als gleiche Theile einer größern ganzen Einheit betrachten will.

So sind z. B. drey Tage eine ganze Zahl, wenn man den Tag als eine ganze Einheit betrachtet; nimmt man ihn aber als den siebenten Theil einer **Woche** an, so wird (weil nun die gezählten Tage als Theile einer andern Einheit, nemlich der Woche, betrachtet werden) aus drey Tagen **drey Siebentel Wochen**; also eine gebro-

chene Zahl, die den siebenten Theil der Woche dreymal enthält.

6. **Eine und dieselbe Einheit** (die als Einheit für sich keine Zahl ausmacht) kann in Vergleichung mit einer andern gleichartigen kleinern Einheit eine ganze Zahl, und in Vergleichung mit einer größern Einheit eine gebrochene Zahl (oder ein Bruch) seyn. — So ist

z. B. bey einer Menge von Pfunden das Pfund die Einheit; diese Einheit aber eine ganze Zahl, so bald das Loth oder Quentchen die Einheit ausmacht, und ein Bruch, wenn der Centner als die Einheit angenommen wird.

Zusatz. Ein solcher einzelner Theil, wie hier z. B. ein Pfund oder ein Hundertzehntel Centner, ist zwar ein Bruch (Bruchstück oder Theil vom Ganzen), aber eigentlich keine gebrochene Zahl. Denn da zu dieser mehrere gleiche Theile von einem oder etlichen Ganzen gehören (Nr. 2.); so folgt hieraus, daß ein solcher bestimmter Theil (Bruchstück) von einem Ganzen auch als die Einheit des Bruchs angesehen werden kann. In obigem Beyspiele ist also ein Pfund, als Theil des Centners, keine gebrochene Zahl, denn dazu werden, wie aus dem Begriff der Zahl folgt, mehrere solcher Theile erfordert; sondern ein Bruch oder Bruchstück, das durch die Theilung eines größern Ganzen (des Centners im Pfunde) entstanden ist. Man sollte also der Bestimmtheit wegen zwischen Bruch und gebrochene Zahl unterscheiden; denn eine gebrochene Zahl ist die Zahl der Brüche, d. h. mehrerer Bruchstücke oder gleicher Theile. Der Einwurf, daß die Menge aller einzelnen Theile eines Ganzen schon gezählt seyn müsse, ehe sich

die Größe eines solchen Theils bestimmt angeben lasse, beweiset nur, daß zur Bezeichnung der Größe eines Bruchstücks eine Zahlbenennung nöthig ist; nicht daß ein Theil vom Ganzen schon eine Zahl genannt werden dürfe.

7. Eine gebrochene Zahl kann aber als eine ganze Zahl betrachtet werden, wenn man nicht das getheilte Ganze, sondern einen Theil desselben zur eigentlichen Einheit, d. h. als ein Ganzes, annimmt.

Z. B. in vier Fünftel ist vier eine ganze Zahl, wenn man den fünften Theil der getheilten ganzen Einheit zur Einheit macht. Oder; vier Vierundzwanzigstel Thaler wird eine ganze Zahl, wenn nicht der Thaler, sondern der vier und zwanzigste Theil des Thalers zur Einheit angenommen wird.

bb. Benannte und unbenannte Zahlen.

1. Eine Zahl, die sich auf bestimmte Einheiten bezieht, oder bey der man die besondere Beschaffenheit der Einheiten, woraus sie besteht, (d. h. die Art der gezählten Dinge,) bemerkt, heißt eine benannte (concrete) Zahl (numeri determinati); — eine unbenannte (abstracte) Zahl (numeri indeterminati) hingegen, wenn die Art der gezählten Dinge nicht bestimmt wird.

Z. B. Acht Thaler, fünf Hüner, sechs Birnen sind benannte; acht, fünf, sechs sind unbenannte Zahlen. Letztere dienen zur Bezeichnung allgemeiner und unbestimmter Größen, und müssen daher als gleichartige Zahlen betrachtet werden. Sie sind übrigens ein Gegenstand der allgemeinen (bloß theoretischen) Arithmetik, welche einen Theil der reinen oder abgesonderten Mathematik ausmacht.

2. Alle

2. Alle ungenannte Zahlen lassen sich zusammenzählen und mit einander vergleichen. Denn ihre Einheiten sind alle als Dinge von einer Art anzusehen, da man sich bey ihnen keine besondere Art der Einheiten denkt.

Genannte Zahlen kann man nur dann zusammenzählen und mit einander vergleichen, wenn sie sich auf Einheiten von einerley Art beziehen.

Z. B. drey Pfund und sechs Ellen sind unvergleichbar; denn man kann nicht sagen, daß drey Pfund halb so groß, oder überhaupt größer oder kleiner, als sechs Ellen sind. Hingegen drey Pfund und sechs Pfund sind vergleichbare Größen.

3. Bey einer benannten Zahl kommt oft auch die Größe der gezählten Dinge (bestimmte Größe der Einheiten) mit in Betrachtung. In diesem Falle müssen die zusammengezählten Dinge alle von gleicher Größe (also Einheiten von einerley Art und Größe) seyn.

Dies findet vornehmlich beym Zusammenzählen und Vergleichen der Münzen, Maaße und Gewichte statt.

4. Wenn eine bestimmte Menge kleinerer Einheiten von einer gewissen Art nach einer willkührlich getroffenen Uebereinkunft zusammengenommen eine größere Einheit von derselben Art geben, und von beiden, sowol von den größern als von den kleinern Einheiten, etliche vorhanden sind; so entstehen sogenannte ungleich-benannte Zahlen, die man besser verbundene, oder benannte sortirte Zahlen nennt.

Eine solche Zahl ist z. B. 3 Centner, 2 Stein, 6 Pfund, 8 Loth und 3 Quentchen. Gleichartig ist eine solche benannte sortirte Zahl, weil die Einheit der größern Sorte eine gewisse An-

Anzahl Einheiten von der kleinern oder geringern Sorte enthält.

5. Benannte Zahlen, die sich alle auf gleichartige Einheiten von einerley Größe, Maaß oder Werth beziehen, nennt man zum Unterschied von jenen gleichbenannte Zahlen.

bc. Entgegengesetzte (positive und negative) und nichtentgegengesetzte Zahlen.

bca. Entgegengesetzte Zahlen.

1. Entgegengesetzte Zahlen sind solche, welche entgegengesetzte Größen anzeigen. Z. B. Schuld und Vermögen; Gewinn und Verlust.

2. Entgegengesetzte Größen beziehen sich auf entgegengesetzte Eigenschaften oder Dinge.

Anmerk. Eigenschaften rc. sind sich entgegengesetzt (oppositum), wenn die eine die andere aufhebt.

3. Die eine der entgegengesetzten Größen (oder Zahlen) nennt man bejahend, affirmativ, positiv (positivum); die andere, als das Gegentheil, verneinend, negativ (negativum).

Anmerk. 1. Da etwas nur in sofern bejahend und verneinend heißt, in so fern ihm etwas entgegengesetzt ist, so kann jedes für sich als etwas bejahendes angesehen werden.

2. Bey entgegengesetzten Größen oder Zahlen kann man die Einheit als bejahend ansehen.

3. Eine von zwey entgegengesetzten Größen wird angezeigt, wenn man sie entweder geradezu, d. h. mit den Worten, welche diese Größe gewöhnlich bezeichnen, ausdrückt, oder wenn man die ihr entgegengesetzte Größe verneint. Z. B. wer in der Lotterie zehn Thaler verlohren hat, könnte auch sagen, daß er zehn Thaler nicht gewon-

wonnen habe. Wer sich zwanzig Schritte vorwärts vom Hause entfernt, könnte statt dessen auch sagen: von dem Hause habe ich mich zwanzig Schritte nicht rückwärts entfernt.

Durch die Verneinung wird die eine der entgegensetzten Größen eben so bestimmt angezeigt, als wenn sie geradezu oder ohne Verneinung ausgedrückt wird.

4. Diejenige von zwey entgegengesetzten Größen oder Zahlen, welche man durch Verneinung der andern anzeigt, könnte richtig eine negativ oder verneint ausgedrückte Größe oder Zahl heißen; man nennt sie aber kurz eine negative oder verneinte Größe. Die entgegengesetzte wird ohne Verneinung ausgedrückt, und heißt kurz eine positive oder bejahte, statt positiv ausgedrückte Größe.

4. Es ist willkührlich, welche von beiden entgegengesetzten Größen man als positiv oder negativ nehmen will; nur muß die einmal angenommene Benennung in einem und demselben Falle beybehalten werden.

Man kann z. B. das Rückwärtsgehen durch Verneinung des Vorwärtsgehens als negativ ausdrücken; dann aber muß man das Vorwärtsgehen positiv andeuten, und also das Rückwärtsgehen negatives Vorwärtsgehen nennen, welches nichts anders heißt, als: das Vorwärtsgehen ist dem Rückwärtsgehen entgegengesetzt.

5. Negative Größen oder Zahlen sind eben so gut wirkliche als die positiven; denn das Negative geht nicht die Größe oder die Zahl selbst, sondern bloß den sie bezeichnenden Ausdruck (d. h. die Benennung der Größe oder Zahl) an.

Schul=

Schulden z. B. sind, so lange man sie als Schulden ansieht, wirklich, und sogar etwas bejahtes; so bald man sie aber als Vermögen, und letzteres positiv betrachtet, sind sie das Gegentheil davon, d. h. ein verneintes Vermögen. Das Vermögen aber ist verneinte Schuld, wenn man dieses positiv (d. i. geradezu, ohne Verneinung des Entgegengesetzten) ausdrückt.

6. Zwey Größen oder Zahlen, die als solche an und für sich betrachtet gleich groß, aber einander entgegengesetzt sind, heben bey der Vereinigung einander auf, d. h. sie geben zusammengenommen Nichts.

Z. B. fünf Thaler Gewinn und fünf Thaler Verlust geben zusammengenommen Nichts.

7. Zwey entgegengesetzte Zahlen, die als bloße Zahlen ungleich groß sind, geben zusammengenommen eine Zahl, welche an und für sich kleiner als die größere, und mit dieser von einerley Beschaffenheit ist. Oder, die kleinere Zahl vernichtet beym Zusammennehmen so viel von der größern, als sie beträgt.

Z. B. fünf Thaler Vermögen und drey Thaler Schuld geben zusammengenommen zwey Thaler Vermögen; oder eine positive Fünf mit einer negativen Drey verbunden geben eine positive Zwey.

bcb. Nichtentgegengesetzte Zahlen.

1. Benannte sowol als unbenannte Zahlen sind nichtentgengesetzte, wenn sie sich auf Größen beziehen, die keine sich einander aufhebende oder entgegengesetzte Eigenschaften haben.

2. Zwey oder mehr nichtentgegengesetzte gleichartige Zahlen geben zusammengenommen eine Zahl, welche so groß und von eben der Beschaffenheit ist,

als

als alle zusammengenommene Zahlen, folglich größer, als jede derselben einzeln genommen ist.

3 Alle nichtentgegengesetzte Zahlen, die zusammengenommen werden sollen, müssen von einerley Beschaffenheit, d. h. entweder lauter positive oder negative Zahlen seyn.

4. Wenn zwey Zahlen einander gleich sind, d. h. einerley Menge entweder ganzer Einheiten oder gleicher Theile derselben enthalten; so müssen sie nichtentgegengesetzte Zahlen seyn, oder als solche betrachtet werden.

Z. B. zehn Thaler Gewinn und zehn Thaler Verlust sind als zehn Thaler gleich große Zahlen, aber nicht als zehn Thaler Verlust und zehn Thaler Gewinn von gleicher Größe, weil niemand Gewinn und Verlust gleich achtet. — Drey Schritte vorwärts und drey Schritte rückwärts sind als drey Schritte gleiche Zahlen; aber drey Schritte vorwärtsgehen ist nicht gleich oder einerley mit drey Schritte rückwärtsgehen: denn der Vorwärtsgegangene befindet sich nicht an der Stelle, wo er sich befinden würde, wenn er rückwärts gegangen wäre.

5. Schätzt man eine von zwey gleichartigen und ungleich großen Zahlen kleiner als die andere; so dürfen diese Zahlen einander ebenfalls nicht entgegengesetzt seyn, oder als entgegengesetzte betrachtet werden.

bd. Gerade und ungerade Zahlen.

1. Eine gerade, paarige oder Paarzahl ist eine ganze Zahl, die in zwey gleiche Theile getheilt werden kann, wovon jeder nur aus einer oder mehrern ganzen Einheiten besteht. Oder eine jede Zahl, die ganz mit zwey gemessen werden kann.

Z. B.

Z. B. der zweyte gleiche Theil von zwey Einheiten ist eine Einheit; von vier, zwey; von sechs, drey; von acht, vier Einheiten u. s. w. Daher sind zwey, vier, sechs, acht :c. gerade Zahlen.

2. Eine ungerade oder unpaare Zahl ist jede andere Zahl, welche also die gerade Zahl um eine Einheit übersteigt, und dadurch nicht ganz durch zwey gemessen werden kann, weil noch eine Einheit übrig bleibt, zu welcher das Maaß um die Hälfte zu klein ist. — Der zweyte Theil oder die Hälfte von einer ungeraden Zahl besteht daher aus einer oder mehrern ganzen Einheiten und aus einem gleichen Theil (nemlich aus der Hälfte) von einer ganzen Einheit.

Z. B. der zweyte gleiche Theil von drey besteht aus einer ganzen und einer halben Einheit; der zweyte Theil von fünf aus zwey ganzen und einer halben Einheit u. s. w.

be. Einfache und zusammengesetzte Zahlen.

1. Eine einfache Zahl oder Primzahl ist eine solche, welche nur sich selbst oder die Einheit ganz zum Maaße hat, d. h. nur mit sich selbst und mit der Einheit gemessen werden kann.

Z. B. Zwey, drey, fünf, sieben, eilf, dreyzehn, siebenzehn sind Primzahlen. Denn jede kann durch sich selbst und durch die Einheit, aber mit keiner andern Zahl, ganz gemessen werden. Nehmen wir die Zahl sieben, und messen sie mit zwey, so finden wir, daß diese Zahl dreymal ganz und einmal halb in ihr enthalten ist; denn die siebente Einheit enthält nur die Hälfte des Maaßes, nemlich eine Einheit, in sich; folglich ist das Maaß (die Zahl Zwey) nicht ganz viermal in ihr enthalten. Messen wir

sie mit drey; so finden wir, daß das Maaß zwar zweymal ganz in ihr enthalten ist, daß aber noch eine Einheit übrig bleibt, die nur mit dem dritten Theile des Maaßes, d. h. mit einer Einheit, ganz ausgemessen werden kann. Nehmen wir vier, fünf oder sechs zum Maaße an, so sind diese Zahlen eben so wenig einige Male ganz oder erschöpfend in ihr enthalten; folglich ist die Sieben eine Zahl, die nur durch sich selbst und durch die Einheit ganz ausgemessen werden kann. (Denn in einer Länge von sieben Fuß ist ein Maaßstab von sieben Fuß einmal, und ein Maaßstab von ein Fuß siebenmal ganz enthalten.)

2. Eine zusammengesetzte Zahl ist eine solche, die irgend eine von ihr selbst verschiedene Zahl ganz zum Maaße hat.

Z. B. Sechs kann durch drey, auch durch zwey, — acht durch vier, und neun durch drey ganz gemessen werden; denn drey ist in sechs zweymal, vier in acht zweymal, und drey in neun dreymal ganz enthalten: folglich sind sechs, acht und neun Zahlen, die aus ihrer Maaßzahl, d. h. aus einer andern ganzen Zahl, einige male genommen, zusammengesetzt sind.

Zusatz 1. Diese beiden letztern Eintheilungen der Zahlen in gerade und ungerade, und in einfache und zusammengesetzte Zahlen, beruht also blos auf der Vergleichung der Zahlen mit einem Maaße derselben. (S. a. Nr. 9.)

2. Man muß mit den zusammengesetzten Zahlen nicht die mehrtheiligen Zahlen verwechseln, welche aus Einern, Zehnern, Hunderten ꝛc. (s. lit. c.) zugleich bestehen, und beides einfache und zusammengesetzte Zahlen seyn können.

c. Wört-

c. Wörtliche Bezeichnung, Folgeordnung und Classification der Zahlen nach ihrem steigenden Werthe.

1. Wir zählen von Eins bis Zehn mit besondern Zahlwörtern, deren Zusammensetzungen, die jedoch bey vielen Zahlen durch Abkürzungen (abkürzende Benennungen) ausgedrückt werden, zur Bezeichnung aller übrigen Zahlen dienen.

2. Die zusammengesetzten Zahlwörter zeigen daher an, erstlich, wie oft oder wie vielmal in einer Zahl zehn enthalten ist; und zweytens, wie viel Einheiten die Zahl noch außerdem enthält.

So heißt z. B. achtzehn so viel als einmal zehn und acht; drey und vierzig so viel als viermal zehn und drey.

3. Das Fortzählen über zehn besteht demnach in der Wiederholung der Zahlwörter von Eins bis Zehn, wobey die schon ein- oder mehrmal gezählten Zehn oder Zehner mitbemerkt werden.

4. Hieraus ergiebt sich die Folgeordnung der über die Zehen hinausgehenden Zahlen, welche durch folgende abgekürzte Benennungen ausgedrückt werden:

Eilf	bedeutet	Eins und zehn;
zwölf	=	zwey und zehn;
dreyzehn	=	drey und zehn;
vierzehn	=	vier und zehn;
funfzehn	=	fünf und zehn;
u. s. f. bis		
zwanzig	=	zehn und zehn oder zweymal zehn.

Von zwanzig an folgen wieder die Zahlwörter Eins, zwey, drey, vier ꝛc. in Verbindung mit dem Zahlworte Zwanzig. Doch sagt man statt zehn und zwanzig, oder dreymal zehn, kurz dreyßig.

Auf ähnliche Art setzet man das Zählen fort bis zu zehn und dreyßig oder viermal zehn (vierzig), dann bis fünfmal zehn (funfzig) u. s. f. bis zehnmal zehn, welche Zahl nicht nach der ähnlichen Benennung der vorigen Zehner, zehnzig, sondern kurz hundert (centum) genannt wird.

(Anmerk. Der Ausdruck zig deutet also bloß die Mehrheit der Zehne oder Zehner an, deren Anzahl durch das vorgesetzte Zahlwort genau bestimmt wird.)

Von hundert an zählt man auf die nemliche Weise fort bis zehnmal hundert oder tausend (mille). — Die Zählung der Tausende ist ebenfalls der Zählung der Hunderte oder der Zehner völlig ähnlich.

Die beym Fortzählen der Tausende zur Abkürzung dienenden Zahlwörter sind:

Million	statt	tausendmal	tausend;	
Billion	—	tausendm.	tausend Millionen;	
Trillion	—	—	—	Billionen;
Quadrillion	—	—	—	Trillionen;
Quintillion	—	—	—	Quadrillionen;
Sextillion	—	—	—	Quintillionen;
Septillion	—	—	—	Sextillionen;
Octillion	—	—	—	Septillionen
				u. s. w.

Anmerk. Billion ist vermuthlich aus bis millies mille zusammengezogen; da dies aber nur zwey Millionen bedeutet, so entspricht der Name dem Begriff nicht, den man sich von einer Billion zu machen hat.

5. Beyspiele zur Erläuterung von der Größe oder der Menge der Einheiten einer Million, Billion ꝛc.

I. Million. a) Wer tausend Geldbeutel hat, und in jedem tausend Thaler, besitzt eine Million Thaler.

b) Um

b) Um eine Million Thaler zu zählen, braucht man, wenn man in einer Minute sechzig Thaler zählt, eilf Tage (jeden Tag zu vier und zwanzig Stunden gerechnet), dreyzehn Stunden, sechs und vierzig und zwey Drittel Minuten Zeit.

c) Die Oberfläche der ganzen Erde beträgt neun Millionen, zweyhundert ein und achtzigtausend, neunhundert und sechzehn Quadratmeilen.

II. Billion. Eine Billion Secunden (Zeitsecunden) machen ein und dreyßigtausend, sechshundert und acht und achtzig Jahre und noch ein weniges drüber, das Jahr zu dreyhundert fünf und sechzig Tagen und sechs Stunden gerechnet.

III. Trillion. Wenn man annimmt, daß ein Himten (oder ein halber Scheffel) eine halbe Million Gerstenkörner in sich hält, und ein Morgen Landes (oder dreyßigtausend, siebenhundert und zwanzig Quadratfuß) zwölf Himten Ertrag giebt, so würde die Oberfläche der ganzen Erde (welche hundert acht und sechzig tausend, achthundert fünf und sechzig Millionen und achthundert sieben und neunzig tausend, siebenhundert acht und achtzig Morgen hält), wenn sie durchaus aus Land bestünde, und mit Gerste besäet wäre, ohngefähr eine Trillion Gerstenkörner hervorbringen.

IV. Quadrillion. Ueber vier Quadrillionen würde die ganze Erdkugel wiegen, wenn ihre ganze Masse durchgängig ein solcher dichter Thon wäre, von welchem ein Cubikfuß (ein Würfel von einem Fuß Länge, Breite und Höhe) hundert und vierzig Pfund Gewicht hat.

V. Quintillion. Bestünde die ganze Masse der Erde aus Sandkörnern, und jedes Körnchen wäre fünf Viertel eines Menschenhaares dick, so würde der ganze Erdkörper über siebenhundert und neun und funfzig Quintillionen solcher Körner enthalten.

Anmerk. Solche ungeheure Zahlen kommen aber nie im gemeinen Leben vor. In der Mathematik giebt es indessen Fälle, wo Größen wenigstens in Trillionen ausgedrückt werden.

6. Ordnungen der Zahlen nach der zehnfach steigenden Größe ihrer Einheiten.

Die Zahlen von Eins bis Neun werden einfache oder primitive Einheiten oder kurz Einer genannt. (Einheiten der untern Ordnung.)

Zehn einfache Einheiten oder Einer werden als eine neue Einheit angesehen, und ein Zehner oder eine Einheit der ersten höhern Ordnung (auch erste Decimalordnung) genannt. (Zwanzig sind zwey, und dreyßig drey Einheiten dieser Ordnung.)

Zehn Zehner, oder hundert, wird wieder als eine neue Einheit, und zwar als eine Einheit der zweyten höhern Ordnung (der zweyten Decimalordnung), betrachtet, und kurz Hunderter genannt. (Vierhundert sind vier Einheiten dieser Ordnung.)

Zehn Hunderte geben tausend, d. i. einen Tausender, oder eine Einheit der dritten höhern Ordnung.

Und

	Und so geben	
	eine Einheit der vierten höhern Ordnung	oder
Zehntausende		Einen Zehntausender;
Zehn Zehntausende	fünften	— Hunderttausender;
Zehn Hunderttausende	sechsten	eine Million;
Zehn Millionen	siebenten	— Zehnmillion;
Zehn Zehnmillionen	achten	— Hundertmillion;
Zehn Hundertmillionen	neunten	— Tausendmillion;
Zehn Tausendmillionen	zehnten	— Zehntausendmillion;
Zehn Zehntausendmillionen	eilften	— Hunderttausendmillion;
Zehn Hunderttausendmillionen	zwölften	— Billion;
Zehn Billionen	dreyzehnten	— Zehnbillion u. s. w.

Anmerk. Setzen wir diese Zahlordnungstabelle weiter fort, so finden wir in der achtzehnten höhern Ordnung Trillionen; in der vier und zwanzigsten Quadrillionen; in der dreyßigsten Qüintillionen.

7. Das bisherige, kurz zusammengefaßt, giebt folgenden Haupt-Lehrsatz des Zählens.

Wir drücken alle ganze Zahlen durch Einheiten von steigender Größe, nemlich durch Einer, Zehner, Hunderte, Tausende, Zehntausende, Hunderttausende, Million, Zehnmillionen, Hundertmillionen u. s. w. aus, wovon jede zehnmal größer ist, als die vorhergehende. Diese zehnfache Steigerung wird bey allen übrigen Zahlen, die ins Unendliche fortgehen, beybehalten, wobey wir der Kürze wegen eine Million Millionen eine Billion, eine Million Billionen eine Trillion u. s. w. nennen.

8. Diese allgemeine, jedoch willkührliche Art (nemlich bis zu Zehn und durch Wiederholung der Zehner) zu zählen, wird die Dekadik oder das dekadische Zählen, so wie die Uebersicht der Folge und Ordnungen dieser Zahlen, das dekadische oder Decimal-System genannt.

Anmerk. 1. Die Allgemeinheit dieser Art zu zählen kommt wahrscheinlich daher, daß fast alle Völker, ehe sie einen gewissen Grad der Cultur erreicht hatten, sich beym Zählen nach der Anzahl ihrer Finger richteten, und dadurch zehn verschiedene Zahlwörter zu erfinden veranlaßt wurden.

2. Das, was sich hier noch von niedrigern Ordnungen der Zahlen unterhalb der untersten Ordnung, oder von dem sich zehnfach verringernden Werthe derselben unterhalb der Einer, sagen ließe, gehört in die Lehre von den Decimal-Brüchen, und wird am Schlusse des folgenden Capitels zu finden seyn.

Zwey-

Zweytes Capitel.

Figürliche Bezeichnung der Zahlen. (Ziffernkunde.)

1. Zeichen, welche die Stelle der geschriebenen Zahlwörter vertreten, nennt man Zahlzeichen oder Ziffern.

2. Da alle Zahlen der höhern Ordnungen durch die Wiederholung und Zusammensetzung der zehn ersten Zahlwörter gebildet werden; so können füglich alle Zahlen durch zehn Zeichen oder Ziffern ausgedrückt werden.

3. Indessen war sowol die Anzahl als die Figur der Ziffern bey den verschiedenen Völkern des Alterthums verschieden.

Anmerk. Die Griechen, Hebräer und andere Völker der ältern Zeiten bedienten sich dazu ihres Alphabets. Die Römer aber brauchten folgende sieben Buchstaben als Ziffern:

M, D, C, L, X, V, I.

I bedeutet Eins; V, fünf; X, zehn; L, funfzig; C, hundert; D, fünfhundert, und M, tausend. Diese römische Ziffern sind zum Rechnen ziemlich bequem; daher auch in einigen Gegenden Deutschlands und der Schweitz die Landleute noch zum Theil sich derselben bedienen. Auch werden sie noch häufig in Schriften gebraucht.

Die Zusammensetzung dieser Zeichen für die primitiven Einheiten oder Einer ist folgende:

I.	II.	III.	IIII. (oder IV.)	V.
Eins,	Zwey,	Drey,	Vier,	Fünf,
VI.	VII.	VIII.	VIIII. (oder IX.)	
Sechs,	Sieben,	Acht,	Neun.	

Eben so werden die Zehner bis funfzig durch Zusammensetzung des Zeichens X gebildet (so daß z. B. XXX dreyßig bedeutet); dem die darüber befindlichen Einer hinzugefügt werden. Statt XXXX (vierzig) setzt man aber gewöhnlich XL, welches so viel bedeutet, als funfzig weniger zehn. Von funfzig bis hundert werden dem L die Zehner und Einer angehängt; statt LXXXX (neunzig) aber ist XC (hundert weniger zehn) gebräuchlicher. Eben diese Art der Zusammensetzung gilt von den Hunderten und Tausenden.

Ehedem wurde aber statt M (tausend) cIɔ geschrieben, und das C (hundert) durch ⊏ bemerkt, daher in der Folge das D oder Iɔ, als das halbe Zeichen von cIɔ, für fünfhundert, und L, als die Hälfte von ⊏, für funfzig gebraucht wurde.

4. Die jetzt fast allgemein gebräuchlichen und zum Rechnen sehr bequemen Ziffern sind folgende:

1.	2.	3.	4.	5.	6.
Eins,	zwey,	drey,	vier,	fünf,	sechs,

7.	8.	9.	0.
sieben,	acht,	neun,	und Null,

welches letztere den Mangel oder die Abwesenheit einer Zahl bezeichnet.

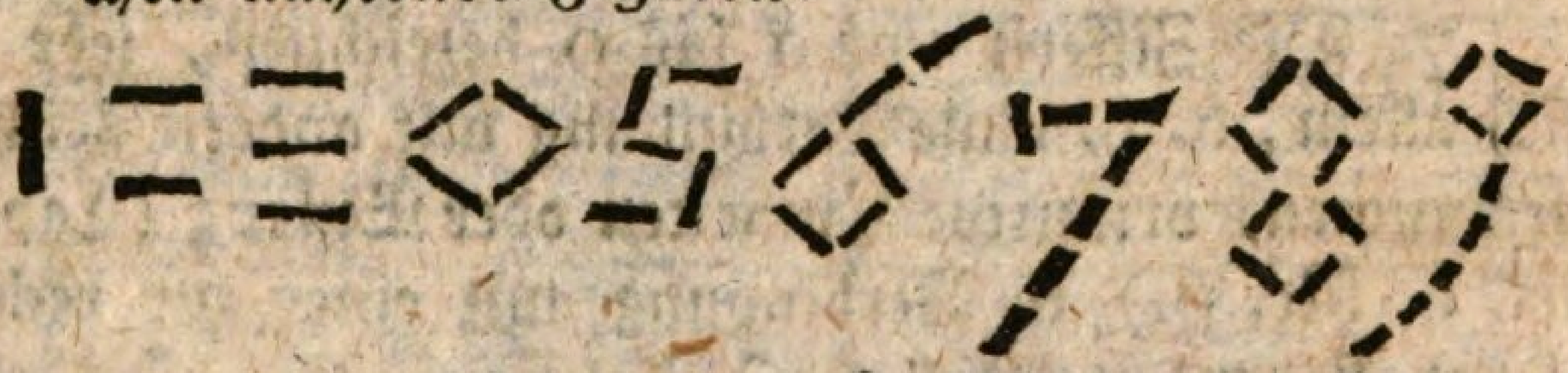
5. Diese Ziffern werden arabische, auch saracenische genannt, weil wir sie von den Arabern und Saracenen erhalten haben.

Anmerk. 1. Man schreibt die Erfindung dieser Ziffern zwar den Arabern zu, doch giebt es arabische Schriftsteller, die sie den Indianern zueignen. So viel ist gewiß, daß sie morgenländischen Ursprungs sind, und von den Arabern schon in frühern Zeiten gebracht wurden.

Die

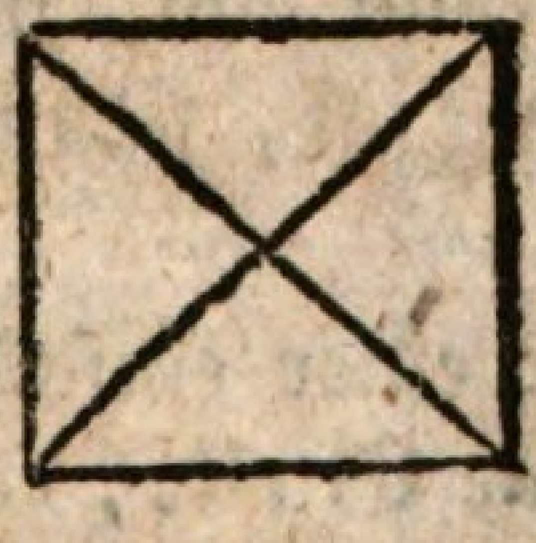
Die wandernden Saracenen, auch Araber genannt, brachten sie zuerst nach Africa, und dann nach Spanien, von wo aus sie im 10ten Jahrhundert nach Frankreich und Italien gebracht wurden. — Ein französischer Mönch, Namens Gerbert, der aus einem Kloster nach Spanien entwich, brachte sie um das Jahr 960 nach Frankreich hinüber. — Die allgemeinere Verbreitung derselben haben wir indessen dem Pabst Sylvester II. zu verdanken, der ihren Gebrauch nebst andern Wissenschaften ebenfalls in der letzten Hälfte des 10ten Jahrhunderts von den Arabern in Spanien lernte.

2. Ihre ältere Form ist mit der itzt gewöhnlichen nicht mehr ganz einerley. Wahrscheinlich bestand anfänglich jede Ziffer aus so viel einzelnen Strichen, als sie Einheiten andeutet. Diese bildeten ohngefähr folgende sich unsern Zahlzeichen nähernde Figuren:



1 2 3 4 5 6 7 8 9

Andere leiten ihren Ursprung aus folgender Figur her:



1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Da

Da aber in diesen Figuren die Bildung der Ecken und Winkel mühsam war, so bekamen die Ziffern frühe schon meistens eine runde Form.

6. Diese zehn einfachen Ziffern haben vor andern Zahlzeichen den Vorzug, daß sie in der Anzahl und der Art ihrer Zusammensetzung genau mit unsern dekadischen Zahlen (Cap. 1. lit, c. Nr. 8.) übereinstimmen, und daher unser dekadisches Zählen und Rechnen ungemein erleichtern und abkürzen.

Anmerk. Da Null und Eins keine Zahlen sind, weil erstere den Mangel einer Zahl, letztere die Einheit oder das Maaß einer jeden Zahl bedeutet; so können zwar ihre Zeichen (0 u. 1), jedes für sich allein genommen, eigentlich keine Zahlzeichen genannt werden; sie führen aber diesen Namen, weil sie in der Zusammensetzung (mit sich und andern Ziffern) bedeutende Ziffern werden, und also ebenfalls Zahlen bezeichnen.

7. Die Ziffern von 1 bis 9 bezeichnen, jede für sich allein, d. h. ohne Verbindung mit andern Zeichen, genommen, primitive Einheiten oder Einer; (Cap. 1. lit. c. Nr. 6.) in Verbindung mit einer zur rechten Hand stehenden Null (0) Zehner; mit 2 Nullen Hunderte; mit 3 Nullen Tausende rc. z. B. 4000 bedeutet viertausende.

8. Eine Ziffer kann also, wenn die nöthige Anzahl Nullen angehängt ist, jede höhere Ordnung der Zahlen andeuten.

9. Die Zahl der einer einfachen Ziffer angehängten Nullen, oder die Stelle, welche eine Ziffer wegen der geringern oder größern Anzahl dieser Nullen, von der rechten Hand gegen die linke zu gerechnet, einnimmt, ist demnach das Merkmal, woran man erkennen kann, zu welcher höhern Ordnung die Einheiten gehören, welche die Ziffer andeutet.

10. Eine Zahl, welche Einheiten aus 2, 3 oder mehreren verschiedenen Ordnungen enthält, kann entweder durch eben so viele verschiedene Zifferreihen, oder auch in einer Zifferreihe, mittelst der die Zahlen der verschiedenen Ordnungen bezeichnenden Ziffern ausgedrückt werden, wodurch zusammengesetzte Ziffern entstehen.

Z. B. viertausend, dreyhundert und sechs und vierzig kann entweder zerfällt — 4000
300
40
6, oder durch

Weglassung der Nullen einzeilig 4346 geschrieben werden.

11. Hieraus ergiebt sich für das Schreiben der Ziffern folgendes Gesetz:

Man schreibt die Ziffern nach dem steigenden Werthe der durch sie bezeichneten Einheiten von der rechten gegen die linke Hand, und läßt jede Ziffer in der folgenden Stelle zehnmal mehr bedeuten, als in der vorhergehenden. Fehlen Einheiten einer gewissen Ordnung, z. B. Einer oder Zehner rc. in einer größern, d. h. diese Einheiten übersteigenden Zahl; so wird in den Stellen derselben die Null gesetzt. (Z. B. in fünfhundert und vier fehlen die Zehner; daher schreibt man 504.)

12. Es bedeuten also die Ziffern
in der ersten Stelle Einer;
= = zweyten = Zehner;
= = dritten = Hunderte;
= = vierten = Tausende;
= = fünften = Zehntausende;
= = sechsten = Hunderttausende;
= = siebenten = Millionen;

in

in der achten Stelle Zehnmillionen;
= = neunten = Hundertmillionen;
= = zehnten = Tausendmillionen;
= = eilften = Zehntausendmillionen;
= = zwölften = Hunderttausendmillionen;
= = dreyzehnten = Billionen u. s. w.

13. Hieraus folgt, daß jede Ziffer einen zweyfachen Werth hat. Der erste, den sie schon für sich oder als Einer ausdrückt; der zweyte, den sie von der Stelle bekommt, welche sie unter mehrern Ziffern von der linken zur rechten Hand einnimmt.

Z. B. die Ziffer 5 bedeutet nach den Worten geordnet:

in der		
ersten Stelle	fünf (Einer)	5
zweyten =	funfzig (fünf Zehner)	50
dritten =	fünfhundert	500
vierten =	fünftausend	5000
fünften =	funfzigtausend	50000
sechsten =	fünf hundert tausend	500000
siebenten =	fünf Millionen	5000000
achten =	funfzig Millionen	50000000 u. s. w.

14. Vergleichen wir die Ordnungen der Zahlen (Cap. 1. lit. c. Nr. 6.) mit den ihren Ziffern zukommenden Stellen, so finden wir, daß

die primitiven Einheiten (Einer) in die erste
= der ersten höhern Ordn. (Zehner) = = zweyte
= = zweyten = = (Hunderte) = = dritte
= = dritten = = (Tausende) = = vierte
= = vierten = = (10tausende) = = fünfte
= = fünften = = (100tausende) = = sechste
= = sechsten = = (Million) = = siebente
Stelle kommen u. s. w.

Anmerk. Jede mit Ziffern geschriebene Zahl hat also eine Stelle mehr, als höhere Ordnungen in

in der Zahl selbst vorhanden sind; die Zahl besteht aus so viel Ziffern als Stellen: folglich hat sie eine Ziffer mehr, als ihr höhere Ordnungen zukommen.

Z. B. eine mit drey einfachen Ziffern geschriebene Zahl (dreyzifferichte Zahl) hat drey Stellen, also drey Ziffern, aber nur zwey höhere Ordnungen, nemlich die Ordnung der Zehner und der Hunderte.

15. Beym Lesen oder Aussprechen einer mit mehrern einfachen Ziffern (d. h. mit einer zusammengesetzten Ziffer) geschriebenen Zahl ist folgende Hauptregel zu beobachten:

Jede zusammengesetzte Ziffer wird von der linken Hand gegen die rechte zu gelesen; so daß die Einheiten der höchsten Ordnung in einer Zahl zuerst ausgesprochen werden. (Jedoch mit der unten (lit. c.) zu bemerkenden Ausnahme, die Zehner betreffend.) Um dies aber leicht und ohne Verwirrung zu können, muß man

a. die Stellen von der Rechten gegen die Linke zählen, damit man weiß, in welcher Stelle die letzte Ziffer zur Linken befindlich ist, weil sie hiedurch ihren Werth bekommt.

Wollte man aber jede einzelne Ziffer so lesen, wie es der Stelle, die sie unter den übrigen Ziffern einnimmt, gemäß wäre, d. h. mit jeder Ziffer auch zugleich die Zahlordnung nennen, die durch sie bezeichnet wird: so würde eine öftere Wiederholung eines und desselben Wortes, z. B. Tausend, Million, Billion rc. unvermeidlich seyn, wodurch Unbequemlichkeit und Weitläuftigkeit entstünde.

(Z. B.

(Z. B. 523000 könnte man fünf hundert tausend, zwanzig tausend und drey tausend lesen.)

b. Sich diese Wiederholung zu ersparen, spricht man erstlich bey einer sechsziffferichten Zahl die drey ersten Ziffern oder alle Tausende auf einmal aus.

(Z. B. obige Ziffer fünf hundert, drey und zwanzig tausend.)

Zweytens. Bey größern Zahlen, z. B. Millionen, Billionen, Trillionen ꝛc., die in allen ihren höhern Ordnungen Zahlen haben, folglich in allen Stellen Ziffern bekommen, spricht man sechs Ziffern auf einmal aus, ehe man die Millionen ꝛc. nennt.

(Z. B. 526288000000 wird nicht

500 tausend Millionen
20 — —
6 — —
200 Millionen
80 —
8 — sondern

526 tausend 288 Millionen gelesen.)

c. Von der obigen Hauptregel des Zifferlesens macht der Sprachgebrauch in Ansehung aller Zehner, die mit Einern zusammengesetzt sind, eine Ausnahme; indem letztere gewöhnlich vor den erstern genannt werden.

(Z. B. in 46, statt vierzig und sechs, sechs und vierzig.)

16. Diese Regeln (des Schreibens und Lesens der Ziffern) begründen die Auflösung folgender

Nume-

Numerations = Aufgaben.

Erste Aufgabe.

Jede Zahl, die mit mehr als sechs Ziffern geschrieben ist, auszusprechen.

Auflösung: I. Man theile die Ziffern in Classen, von der rechten Hand gegen die linke, so daß jede Classe sechs Ziffern bekömmt; die letzte, am weitesten zur linken stehende, kann, wenn die Anzahl der Ziffern nicht zureicht, weniger als sechs Ziffern haben.

Nun spreche man die Ziffern jeder Classe nach der obigen Regel (Nr. 15.) aus, und bemerke dabey, daß die Ziffern der ersten Classe (die sechs, der rechten Hand zunächst stehenden Ziffern) sich auf Einer, die der zweyten Classe auf Millionen, die der dritten Classe auf Billionen, die der vierten Classe auf Trillionen u. s. w. beziehen; daher man die sechs ausgesprochenen Ziffern der 2ten Classe zuletzt Millionen, die der 3ten Classe Billionen u. s. w. nennt.

II. Um sich im Aussprechen einer vielzifferichten Zahl nicht leicht zu irren, kann man die siebente Ziffer mit einem Strich ('), die dreyzehnte mit zwey Strichen (''), die neunzehnte mit drey Strichen (''') u. s. w. bezeichnen, da denn bey einem Strich die Millionen, bey zwey Strichen die Billionen u. s. w. anfangen (vergleiche Nr. 12. und Cap. I. lit. c. Nr. 6.); worauf man sich noch jede Classe durch einen Punct (˙) in zwey Hälften theilen kann, welchen man oben der vierten Ziffer einer Classe zur Rechten anbringt, um sich dabey der Tausende in jeder Zifferclasse zu erinnern.

Anmerk. Viele setzen statt des Puncts ein Comma (,); allein dieses kann zu Verwirrungen führen, weil es in einer andern Bedeutung beym Schreiben zehntheiliger Brüche gebraucht wird.

Beyspiele.

I. **Millionen.** a) Die Erde ist von der Sonne ohngefähr 25'000·000 Meilen entfernt; und die Bahn, welche sie jährlich um diese durchläuft, beträgt 121'504·240 Meilen.

(Die erste Zahl wird 25 Millionen, und die zweyte 121 Millionen 504 tausend 240 ausgesprochen.)

b) Die Sonne hat 1'375·000 Meilen im Umfange.

c) Die Zahl aller Menschen auf der Erdkugel schätzt man über 1·000'000·000.

d) Die größte Geschwindigkeit, die wir kennen, ist die Geschwindigkeit des Lichts, welches in jeder Minute 2'000·000 Meilen durchfliegt.

e) Crome giebt die Größe von Europa zu 174·012 Quadratmeilen, und die Zahl der Bewohner zu 153'501·992 an.

f) Zwölf Personen, die an einem Tische sitzen, können ihre Stellen 479'001·600 mal verändern, ohne daß sie einmal wie das andere zu sitzen kommen.

g) Wer in einer Minute 100, folglich in einer Stunde 6000 zählen kann, würde, wenn er Tag und Nacht fortzählte, in 24 Stunden — 144·000, in einer Woche 1'008·000, in 52 Wochen oder einem Jahr 52'416·000, in 100 Jahren 5·241'600·000, in 1000 Jahren 52·416'000·000, und in 8000 Jahren 419·328'000·000 zählen.

II. **Billionen.** Wenn einem jeden Menschen auf der Erde ein Platz von 6 Quadratschuhen (□ Fuß) eingegeben wird, so können auf derselben 87''152·000'000·000 Menschen stehen.

III. **Trillionen.** a) Der Erfinder des Schachspiels, Ebn Dabir (einige schreiben einem In-

dier,

dier, Namens Sessa, diese Erfindung zu), bat sich vom persischen Schach, Scheram, da dieser ihm für die Erfindung des Schachspiels eine selbst zu wählende Belohnung anbot, so viel Weizenkörner aus, als herauskommen würden, wenn man für das erste Feld 1 Korn, für das zweyte 2 Körner, für das dritte 4, für das vierte 8, und so für jedes folgende immer noch einmal so viel rechnete, als für das vorhergehende. Der Schach war mißvergnügt, daß er so wenig forderte; allein man fand bald, daß er in allen seinen Magazinen nicht so viel Weizen habe, als für die 64 Felder des Schachbretts erfordert wurde. Die Summe betrug

18‴446·744″073·709′551·615 Körner.

Ein arabischer Schriftsteller fand, daß 32′768 große Städte erfordert würden, um so viel Korn aufzuschütten.

Nach einer genauern Berechnung würden diese Körner ohngefähr einen Raum von 272 englischen Cubikmeilen (so nennt man einen Raum von einer Meile in die Länge, Breite und Höhe) einnehmen.

Rechnet man 491520 Körner auf einen Scheffel, so giebt obige Summe 37″529·996′894·754 Scheffel.

(Man sehe von diesem Exempel Karstens Lehrbegriff der gesammten Mathematik 2ter Th. S. 274 bis 276.)

b) Wenn ein Saamenkorn funfzigfältige Frucht trägt, so kann es in zwölf Jahren

244‴140·625″000·000′000·000 Körner

geben.

Anmerk. Diese Beyspiele können als eine Fortsetzung der oben im ersten Capitel litt. c. Nr. 5.

zur Erläuterung der Größe einer Million, Billion ꝛc. angeführten Beyspiele angesehen werden.

Zweyte Aufgabe.

Eine gegebene (oder ausgesprochene) Zahl mit Ziffern zu schreiben.

Auflösung. I. Man schreibe für jede Menge von Einheiten einer gewissen Ordnung die gehörige Ziffer in die gehörige Stelle, wobey man, da die höhern Ordnungen zuerst ausgesprochen werden, von diesen bis zu den niedern Ordnungen fortschreitet, und sich zugleich zur Erleichterung des Schreibens und Aussprechens der Bezeichnung der Ziffern in den vorigen Exempeln durch Striche und Puncte bedient, wodurch sie in sechs- oder dreyziffrichte Classen getheilt werden.

II. Man kann sich daher für jede gegebene vielziffrichte Zahl gleich eiuen Entwurf durch Puncte und Striche für die Classe der **Einer**, der **Tausende**, der **Millionen**, der Tausende von den Millionen, der Billionen ꝛc. machen.

Z. B. Der körperliche Inhalt der Erde beträgt zweytausend sechshundert neun und funfzig Millionen, dreyhundert und zehntausend, einhundert und neunzig Cubikmeilen.

Entwurf für die Ziffern dieser Zahl

. ' .

Die Ziffern werden so geordnet, daß die letzte derselben, welche Tausende anzeigt, nach der Ordnung des Aussprechens unter einem Puncte, die letzte der sich auf Millionen beziehenden Ziffer aber unter dem Striche zu stehen kommt. Die Ziffern obiger Zahl werden also von der linken gegen die rechte Hand, oder nach der Folge des gewöhnlichen Aussprechens so gesetzt:

2·659'310·190.

III.

III. Für die ersten Anfänger der Zahlen- und Ziffernkunde pflegt man auch statt der Striche und Puncte einen Entwurf durch Abschnittslinien zu machen, zwischen welchen jedesmal 3 Ziffern mit Bemerkung der Classen und der Zahlordnungen in jeder Classe auf folgende Weise geordnet werden:

Classe der Billionen.			Classe der Tausende von den Mill.			Classe der Millionen.			Classe der Tausende.			Classe der Einer.		
2	4	6	3	8	7	2	1	6	4	8	6	9	5	2
Hunderte	Zehner	Einer	Hunderte	Zehner	Einer	Hunderte	Zehner	Einer	Hunderte	Zehner	Einer	Hunderte	Zehner	Einer

Zu einer noch größern Erleichterung und allgemeinern Uebersicht möge beyliegende Tabelle dienen.

IV. Hat man bloß Millionen, Billionen rc. zu schreiben, ohne daß Tausende, Hunderte u. s. w. hinzugefügt werden, so kann man das Niederschreiben derselben sehr abkürzen, wenn man die Nullen, welche die Stellen der fehlenden Ziffern bezeichnen sollten, wegläßt, und ihre Anzahl durch eine etwas kleiner geschriebene Ziffer neben oder über der letzten Ziffer, welche in der gegebenen Zahl vorkommt, bemerkt. Diese kleinere Ziffer zeigt zugleich an, zur wievielsten Ordnung die Zahl selbst gehört.

Z. B. statt 29000000 setzt man 29^{6}, welches anzeigt, daß die 9 in 29 zu der 6ten Ordnung gehört, folglich so viele Millionen bedeutet.

Ferner, statt 38000000000000 schreibt man $^{12}38$, wodurch angezeigt wird, daß die 8 in der 12ten Ordnung oder in der Ordnung der Bil-

lionen stehe, folglich 8 Billionen, und in Verbindung mit der vorstehenden (zur 13ten Ordnung gehörigen) Ziffer 38 Billionen gelte.

17. Eine gebrochene Zahl durch Ziffern zu bezeichnen, schreibe man den Zähler oben, den Nenner unten, und ziehe zwischen beiden einen Strich.

Z. B. $\frac{3}{4}$; $\frac{15}{8}$.

18. Zehntheilige oder Decimal-Brüche (Fractura decimalis), deren Nenner zehn, hundert, tausend, oder überhaupt die Einheit einer höhern Ordnung ist, werden gewöhnlich wie ganze Zahlen, doch mit Hinzufügung eines Kennzeichens, geschrieben, wodurch sie von denselben unterschieden werden. Dieses Kennzeichen ist ein (,), wodurch der Decimal-Bruch oder der Zähler desselben von einer vorhandenen ganzen Zahl — oder in Ermangelung derselben von ihrer mit (0) ausgefüllten Stelle abgesondert und unterschieden wird.

Z. B. 27, 439 heißt
27 = = = Ganze,
4 = = Zehntheile,
3 = Hunderttheile, und
9 Tausendtheile; oder

27 Ganze und 439 Tausendtheile.

Ferner: 0, 5 heißt fünf Zehntheile oder $\frac{5}{10}$; 0,0002 heißt zwey Zehntausendtheile oder $\frac{2}{10000}$.

Zusatz 1. Da zehn Zehner hundert sind, so entsteht ein Hunderttheil, wenn ein Zehntheil in zehn Theile zerlegt wird. Die Einheit eines Bruchs, dessen Nenner Zehn ist, enthält also zehn Einheiten eines solchen, dessen Nenner Hundert ist. Eben so verhält es sich mit den Tausendtheilen, Zehntausendtheilen rc. Die zehntheiligen Brüche sind also durch eben solche Ordnun=

Steigender Werth der Z

19te Stelle enthält Trillionen.	18te — Hunderttausende der Bill.	17te — Zehntausende der Bill.	16te — Tausende der Bill.	15te — Hunderte der Bill.	14te — Zehner der Bill.	13te — Billionen.	12te — Hunderttausend Mill.	11te — Zehntausend Mill.	1 — T se M
Zum B									
2 Trillionen.	5 Hundert 1000 Billionen.	3 (mal) Zehn 1000 oder 30000 Bill.	7 1000 Bill.	9 Hundert Bill.	8 Zehner, d. h. 80 Bill.	1 Billion.	5 Hundert 1000 Mill.	4 (mal) Zehntausend oder 40000 Mill.	1 M
2 Trill.	5 hundert.	3 dreyßig.	7 u. 7 tausend.	9 hundert.	8 achtzig und	1 Eine Bill.	5 hundert.	4 vierzig und	se 1

ffern nach ihren Stellen.

9te	8te	7te	6te	5te	4te	3te	2te	Erste
—	—	—	—	—	—	—	—	Stelle
Hundert Mill.	Zehner der Mill.	Millionen.	Hunderttausende.	Zehntausende.	Tausende.	Hunderte.	Zehner.	enthält Einer.

spiel.

2	3	4	8	3	4	5	2	1
100 Mill.	Zehner der Mill.	Millionen.	Hunderttausende.	Zehner oder 30 Tausende.	Tausend.	Hundert.	Zehner (oder 2 mal 10.)	Eins.
								oder:
2	3	4	8	3	4	5	2	1
hundert.	dreyßig und	vier Mill.	hundert.	dreyßig.	und vier 1000.	hundert.	zwanzig.	und Eins.

nungen verschieden, wie die ganzen Zahlen; die Zehntheilchen von der um eins niedrigern Ordnung wie die Einer, die Hunderttheile von der um eins niedrigern Ordnung wie die Zehntheile u. s. w. Man kann sie also wie die ganzen Zahlen schreiben, so bald man ein Kennzeichen annimmt, wodurch diese niedrigern Ordnungen von den Einern, folglich auch von den höhern Ordnungen der ganzen Zahlen, unterschieden werden können.

2. Die Decimal-Brüche enthalten daher Einheiten, welche eben so zehnfach im Werthe abnehmen, wie die Zahlen der höhern Ordnungen zehnfach am Werthe zunehmen, und sind daher Zahlen der unter den primitiven Einheiten enthaltenen niedern Ordnungen. Eine Zahl oder Ziffer in der ersten Stelle zur Rechten unterhalb der primitiven Einheiten oder Einer, d. h. eine Zahl in der ersten niedern Decimalstelle, gilt also zehnmal weniger, als wenn sie selbst die Stelle der Einer einnähme, und ist eine Zahl der ersten niedern Ordnung; die in der zweyten Stelle zur Rechten gilt also 10mal weniger, als sie in der ersten niedern Ordnung, und folglich 100mal weniger, als sie als Einer werth seyn würde. Eine Ziffer in der dritten Stelle hat demnach einen zehnfach geringern Werth, als sie in der 2ten, und einen tausendfach geringern Werth, als sie in der Stelle der primitiven Einheiten haben würde, u. s. w.

3. Hieraus ergiebt sich, daß sowol in einer durch Ziffern ausgedrückten Zahlreihe, welche Zahlen der höhern und niedern Ordnungen, als auch in einer, welche blos Zahlen der niedern Ordnungen enthält, nothwendig die Stelle der Einer durch ein willkührlich angenommenes Zei-

chen (Decimalzeichen) bemerkt werden muß. — Z. B. die Zahl

35786,4325

enthält also 35 tausend 786 ganze Einheiten, und 4325 Zehntausendtheile einer ganzen Einheit, welche letztere ohne das Decimalzeichen nicht von den ganzen Einheiten unterschieden werden könnten.

Anmerkung. Die Bezeichnung positiver und negativer Zahlen wird gehörigen Orts eingeschaltet werden.

II. Abschnitt.

Die vier Rechnungsarten (Species der Rechenkunst) in gleichbenannten, ganzen Zahlen.

Erstes Capitel.

Einleitung in die vier Rechnungsarten, welche die allgemeinen Vorkenntnisse zur Begründung der vier einfachen Rechnungsarten enthält.

---

a. Von der Veränderung der Zahlen.

1. Jede Zahl läßt sich vermehren und vermindern.

Anmerk. 1. Da eine Zahl nichts anders als eine Größe ist, so kann sie auch keine andere Eigenschaften als die der Größe haben, d. h. sich nur vermehren oder vermindern (vergrößern oder verkleinern) lassen. (S. Abschn. I. Cap. 1. Nr. 1.)

2.

2. Vermehrung und Verminderung eines Dinges ist nur durch wesentlich-gleiche Dinge möglich. Daher wird

2. Eine Zahl vermehrt oder vermindert, wenn gleichartige Einheiten zu ihr gesetzt, oder von ihr weggenommen werden, d. h. durch das Zuzählen und Abzählen (Abziehen) gleichartiger Einheiten oder Zahlen.

Beyspiele: 1. Vermehrung. Zu 8 Thlr. noch 4 Thlr. zugezählt, geben 12 Thlr.

2. Verminderung. Von 12 Thlr. 4 abgezählt, bleiben 8 Thlr.

3. Diese beiden Veränderungsarten der Zahlen (Species mutationis numerorum) sind der Grund alles Rechnens, und heißen Rechnungsarten.

Anmerk. Das Rechnen besteht also ursprünglich im Zählen, nemlich im Zu- und Abzählen.

4. Die Vermehrung einer Zahl kann auf zweyerley Art geschehen. Denn die zum Zusammenzählen gegebenen Zahlen sind entweder alle, oder doch mehrentheils, von ungleicher Größe, oder sie sind sich gleich. Im erstern Fall werden ungleich große Zahlen zusammengezählt; im zweyten wird eine Zahl zu wiederholtenmalen zu sich selbst gezählt. Hieraus entsteht eine doppelte Art der Vermehrung: die Addition (Additio) oder das eigentliche Zusammenzählen, wenn zu einer Zahl eine oder mehrere andere hinzugezählt werden; und die Multiplication (Multiplicatio) oder die Vervielfältigung, auch Vermehrung (im engern Sinne), wenn eine Zahl einigemal oder so oft genommen wird, als eine andre Zahl Einheiten hat. Z. B. 4 soll dreymal genommen werden, heißt, die 4 soll so oft genommen werden, als

die Einheit genommen werden mußte, wenn die 3 entstehen sollte.

5. Beide Arten der Vermehrung werden als zwey verschiedene Rechnungsarten (Species) betrachtet; weil das Vervielfältigen einer Zahl oder das Zusammenzählen einiger gleichgroßen Zahlen auf eine weit kürzere Art geschehen kann, als das Zusammenzählen ungleichgroßer Zahlen. Daher kann die Multiplication eine compendiöse Addition genannt werden, die aber nur dann anwendbar ist, wenn eine Zahl zu wiederholtenmalen zu sich selbst addirt, oder, welches einerley ist, vielfältig genommen werden soll.

6. Durch das Zusammenzählen verschiedener Zahlen, oder durch das Addiren (von addere, hinzuthun), wird eine Zahl gefunden, die den (zum Zusammenzählen) gegebenen Zahlen gleich ist, d. h. eben so viele Einheiten hat, als diese.

7. Die zum Addiren gegebenen Zahlen, werden die Posten, die gesuchte oder gefundene Zahl aber, welche den Posten gleich ist, die Summe, auch das Aggregat derselben genannt.

Z. B. 6 Groschen ⎫
und 4 — ⎬ sind Posten;
und 2 — ⎭
12 Groschen die Summe derselben.

Daß diese Posten ihrer Summe gleich sind, zeigt folgende Darstellung desselben Beyspiels durch Einheiten (welche hier einzelne Groschenstücke bedeuten):

(6) oooooo ⎫
(4) oooo ⎬ sind gleich.
(2) oo ⎭
(12) oooooooooooo Einheiten.

8. Durch das Vervielfältigen oder Multipliciren (multiplicare) wird eine Zahl gesucht, die einer andern Zahl einigemal genommen gleich ist.

9. Zu

9. Zu dieser Art der Vermehrung einer Zahl werden nur 2 Zahlen gegeben, die eine, welche vervielfältigt, d. h. einigemal genommen werden soll; die zweyte, welche anzeigt, wie oft jene genommen, oder zu sich selbst addirt werden soll. (Z. B. 4 Groschen sollen 3mal oder 3fältig genommen werden.) Die erste Zahl, welche vervielfältigt oder multiplicirt, d. h. aus welcher eine andere größere unbekannte Zahl gemacht werden soll, wird das Multiplicandum oder der Multiplicandus genannt; die Zahl aber, womit man multipliciren, d. h. nach deren Entstehungsart aus der Einheit (s. Nr. 5.) man jene unbekannte Zahl suchen soll, heißt der Multiplicator (der Vervielfältiger). Beide gegebene Zahlen nennt man Factoren. Die gefundene Zahl aber heißt der Inhalt, oder das 2-, 3-, 4-, 10-, 100fache rc. oder kürzer das Vielfache, Multiplum, auch das Factum, und noch gewöhnlicher Product; welches also dem Multiplicandus, so oft genommen, als es der Multiplicator verlangt, gleich ist.

Z. B. 4
3 mal genommen
ist gleich 12.

Hier sind 4 und 3 die Factoren, und zwar ist 4 der Multiplicandus, 3 der Multiplicator; die gefundene 12 aber das Factum oder Product.

Folgende Darstellung zeigt, daß die 12, so aus der 4 entsteht, wie die 3 aus der Einheit:

A . . . . B
. . . .
C . . . . D

In diesem Schema ist AB der eine Factor, AC der andere, und ABCD das Product. Der Factor AB ist hier so oft genommen, als die Einheit in dem Factor AC enthalten ist. Es erhellet daraus zugleich,

daß

daß jeder der beiden Factoren in dem Producte so oft steckt, als die Einheit in dem andern enthalten ist, d. h. AB ist in dem ganzen Product 3mal, und AC 4mal enthalten. Folglich können Multiplicandus und Multiplicator mit einander verwechselt werden; d. h. es ist einerley, ob 4 dreymal oder 3 viermal genommen wird; denn das Product von 4 mal 3 ist eben so groß, als das von 3 mal 4. Doch nimmt man zum Multiplicandus gewöhnlich den größten Factor.

10. Die Multiplication würde keine Abkürzung der Addition oder keine von der Addition verschiedene Rechnungsart seyn, wenn man den Multiplicandus (die zu vervielfältigende Zahl) nach und nach so oft zu sich selbst zählte, als es der Multiplicator verlangt. Z. B. wenn das Product von 6 mal 8 auf folgende Weise durchs Addiren gefunden würde:

8	also 8			
8	und 8 ist 16			
8	— 8 — 24			
8	— 8 — 32			
8	— 8 — 40			
8	— 8 — 48.	Folglich ist 6 mal 8		
48.				

Es ist daher zum Multipliciren, in so fern man darunter eine von der Addition verschiedene Rechnungsart versteht, nöthig, ein Hülfsmittel zu haben, wodurch die Addition abgekürzt, oder das mehrmalige Zusammenzählen derselben Art vermieden wird. Dieses Hülfsmittel besteht darin, daß man die Producte aller aus zwey primitiven Einheiten bestehender Factoren suche, und, um sie immer gleich zu wissen, seinem Gedächtnisse einpräge.

11. Die Producte zweyer primitiven Einheiten werden durchs Addiren, wie obiges Beyspiel von

6 mal

6 mal 8 zeigt, gefunden — und in der Ordnung, in welcher die primitiven Einheiten der Größe nach auf einander folgen, aufgezeichnet, oder in eine Tafel eingetragen, welche man das Pythagorische Multiplications-Täfelchen, oder auch das **Einmal Eins** nennt.

12. Um diese Tafel zu verfertigen, oder um alle Producte zweyer einziffriger Zahlen in der angedeuteten Ordnung zu finden,

schreibt man 1) alle einfache Ziffern von 1 bis 9 in einer Reihe hin; addirt alsdenn jede dieser Ziffern zu sich selbst, und setzt die gefundenen Summen darunter. So hat man das Doppelte oder Zweyfache jeder einfachen Ziffer (oder jeder primitiven Einheit).

2) Zu einer solchen Ziffer das gefundene Zweyfache, oder zum Zweyfachen das Einfache addirt, giebt das Dreyfache, welches man auf gleiche Art anmerkt.

3) Zu dem Dreyfachen das Einfache addirt, giebt das Vierfache, und so addiret man zum Vierfachen wieder das Einfache, und eben so zum Fünffachen, Sechsfachen rc. bis man auch zuletzt das Neunfache von jeder einziffrigen Zahl erhält. Die auf diese Art entstehende Tafel selbst ist folgende:

Das Einfache	1	2	3	4	5	6	7	8	9
„ Zweyfache	2	4	6	8	10	12	14	16	18
„ Dreyfache	3	6	9	12	15	18	21	24	27
„ Vierfache	4	8	12	16	20	24	28	32	36
„ Fünffache	5	10	15	20	25	30	35	40	45
„ Sechsfache	6	12	18	24	30	36	42	48	54
„ Siebenfache	7	14	21	28	35	42	49	56	63
„ Achtfache	8	16	24	32	40	48	56	64	72
„ Neunfache.	9	18	27	36	45	54	63	72	81

der Einer.

In dieser Tafel ist jedes Product zweyer einziffriger Zahlen zweymal, und zwar jedesmal in dem Fache anzutreffen, das sich in gerader Linie unter dem einen Factor und neben dem andern befindet.

13. Die Verminderung einer Zahl kann ebenfalls auf zweyerley Art geschehen. Entweder, wenn von einer Zahl eine andere kleinere Zahl abgezählt, d. h. abgezogen wird; oder, wenn diese Zahl zu wiederholtenmalen, und zwar so oft als es möglich, d. h. so oft als sie in der größern enthalten ist, abgezogen wird.

14. Wenn von einer Zahl eine andere einmal weggenommen wird, so heißt dieses im eigentlichen Verstande das Abziehen (subtrahere) oder die Subtraction, wodurch eine Zahl gefunden wird, die den Unterschied zwischen zwey Zahlen oder Größen anzeigt. — Subtrahiren heißt also aus zwey gegebenen Zahlen eine dritte suchen, welche anzeigt, um wie viel die eine Zahl größer ist, als die andre. Die Zahl, welche verringert werden soll, heißt von dem lateinischen Worte minuere (mindern) der **Minuendus** (numerus minuendus), oder das Integrum, auch wol das Totum oder das Ganze. Die, welche von dem **Minuendus** abgezogen werden soll, der **Subtrahendus**, und die gefundene oder übrig gebliebene Zahl heißt die **Differenz**, **Unterschied**, **Ueberschuß** oder **Rest**.

z. B. 2 von 6 bleibt 4. Hier ist 6 der Minuendus, 2 der Subtrahendus, und 4 die Differenz.

Zusatz. Der Unterschied und die weggenommene Zahl geben zusammengenommen den Minuendus, oder die Zahl, von welcher der Abzug geschehen ist. Oder wenn der Rest wieder zu der abgezogenen Zahl (dem Subtrahendus) gezählt wird; so muß die Zahl, von welcher der Abzug geschehen war, (der **Minuendus**) wieder ergänzt werden.

15. Wird aber von einer Zahl eine andere zu wiederholtenmalen oder so oft abgezogen, als sie in der erstern enthalten ist, so heißt dieses Verfahren **Dividiren** (von dividere, theilen), und diese besondere Art der Verminderung einer Zahl, **Division** oder **Theilung**.

16. Durch das **Dividiren** (Theilen) erforscht man entweder, wie oft eine Zahl in einer andern

enthalten, oder auch, wie groß ein bestimmter Theil von einer Zahl ist. In beiden Fällen wird eine gegebene Zahl in so viel gleiche Theile zergliedert, als eine andre gegebene Zahl Einheiten enthält. Das heißt: es wird durchs Dividiren eine Zahl gesucht, die aus einer gegebenen Zahl so entsteht, wie die Einheit aus einer andern.

Z. B. Eine Zahl finden, die so aus 24 entsteht, wie die Einheit aus der Zahl 8, heißt weiter nichts, als den 8ten Theil von 24 suchen, oder erforschen, wie oft 8 in 24 enthalten ist. Denn die 1 entsteht aus 8, wenn man sie in 8 gleiche (aliquote) Theile bringt — folglich muß auch 24 in 8 gleiche Theile zerlegt werden. Folgende Darstellung zeigt, daß 8 in 24 3mal enthalten, oder daß 3 der 8te Theil von 24 ist:

. . . . | oder . . . . |8.
. . . . | 24.   . . . |3.
. . . . |

oder:

Von 24
8, bleibt
16. Hievon zum 2ten male
8, bleibt
8, und hievon zum 3ten male
8, bleibt
0. Folglich ist 8 in 24 enthalten 3 mal.

Daß 8 in 24. 3 mal enthalten ist, kann man aber auch ohne wiederholtes Abziehen der 8 von 24 durch Hülfe des obigen Multiplicirtäfelchens gleich auf den ersten Blick wissen; und da dieses auch von allen andern Zahlen gilt, so kann man die Division als eine sehr abgekürzte Subtraction ansehen.

17. Die gegebene Zahl, aus der eine kleinere Zahl so oft als möglich genommen, oder von welcher ein bestimmter Theil gesucht werden soll, heißt Dividendus; die kleinere, welche aus dem Dividendus genommen werden, oder ihn theilen soll, heißt Divisor (Theiler), und die gefundene Zahl, welche anzeigt, wie oft der Divisor im Dividendus enthalten, oder wie groß ein bestimmter Theil des Dividendus ist, nennt man Quotum oder Quotient (Quotiens).

18. Der Quotient steckt im Dividendus so vielmal, als die Einheit im Divisor. — Daher ist der Dividendus ein Product des Divisors und des Quotienten. (S. Nr. 9.) — Folglich enthält der Dividendus den Divisor so vielmal, als der Quotient die Einheit.

b. Festsetzung des Begriffs vom Rechnen überhaupt, und der bürgerlichen Rechenkunst insbesondere.

1. Diese vier einfachen Rechnungsarten (Species) kommen darin überein, daß nach ihnen aus einigen bekannten oder gegebenen Zahlen andere noch unbekannte Zahlen nach gewissen Regeln gesucht werden.

2. Die Kenntniß dieser Regeln und ihrer Gründe, oder die Einsicht der Grundsätze und Lehren, aus welchen diese Regeln folgen, macht die Theorie des Rechnens, oder den theoretischen Theil der Rechenkunst, d. h. die eigentliche Rechnenwissenschaft aus. Die Anwendung der Regeln aber, oder die Fertigkeit, nach ihnen aus gegebenen Zahlen andere unbekannte Zahlen zu finden, heißt überhaupt Rechnen, und zwar im Gegensatz der Rechnenwissenschaft, practisches Rechnen oder Rechenkunst.

3. Das practische Rechnen oder die Rechenkunst wird, in so fern sie auf die wirklichen oder auch wahrscheinlichen Rechnungsfälle des bürgerlichen Lebens angewandt wird, die bürgerliche oder angewandte Rechnungskunst genannt, welche sich also blos mit benannten Zahlen oder mit Größen von einer gewissen, bestimmten Art beschäfftigt. — Das Rechnen hingegen mit unbenannten Zahlen, oder mit Zahlen, die nur überhaupt Größen, aber keine von einer besondern bestimmten Art anzeigen, so wie auch das Rechnen mit Buchstaben, die als allgemeine Zeichen statt der Zahlen gesetzt werden, und daher jede Größe oder Zahl ohne Unterschied zu bezeichnen dienen, nennt man das abstracte Rechnen, weil hier die Größen von allen andern Eigenschaften der Dinge abgesondert, abgezogen, betrachtet werden. Daher zerfällt die Rechenkunst in die angewandte oder bürgerliche, und in die abstracte, auch reine oder allgemeine Rechenkunst; welche letztere ein Haupttheil der allgemeinen Größenlehre (allgemeinen oder reinen Mathematik) ausmacht, und als eine höhere Theorie der bürgerlichen Rechnenwissenschaft und Kunst betrachtet werden muß.

Zusatz. Beide, die reine und angewandte Arithmetik, gründen sich zwar auf dieselben Grundbegriffe, Grundsätze und Lehren, und haben also die theoretische Begründung ihrer Regeln und Vorschriften mit einander gemein; aber da die reine oder allgemeine Rechenwissenschaft sie in einer größern Allgemeinheit (nemlich auf alle Größen ohne Unterschied anwendbar) und in ihrer größten Vollständigkeit, im wissenschaftlichen Zusammenhange vorträgt; so kann sie mit Recht als eine höhere Theorie der bürgerlichen Rechenkunst betrachtet werden, als welche ihre Lehren, Gründe und Regeln entweder erst aus

jener schöpfen, und für das Bedürfniß des gemeinen Lebens, so wie für den an höhere Abstraction noch nicht gewöhnten Verstand populär einkleiden und auf bestimmte Fälle anwenden, oder sie erst aus diesen bestimmten Fällen entwickeln und abstrahiren muß.

4. Die auf die Rechnungsfälle des bürgerlichen Lebens angewandte Arithmetik ist eine Wissenschaft, welche aus gegebenen, durch Zahlen ausgedrückten Größen von einer bestimmten Art, und aus dem gegebenen Verhältnisse derselben (s. I. Abschn. 1 Cap. litt. a. Nr. 11.) andere, noch unbekannte, gleichfalls durch Zahlen auszudrückende Größen von derselben Art nach gewissen Regeln finden lehret.

5. Eine jede Zahl, die durchs Rechnen gefunden wird, heißt überhaupt das Facit, in weitläufigen und sehr zusammengesetzten Rechnungen aber das Resultat.

6. Man kann beym Rechnen entweder alle gegebene und daraus zu findende Zahlen mittelst Ziffern niederschreiben, oder auch blos in Gedanken fassen, und so unmittelbar aus einander herleiten. Die erstere Art nennt man schriftliches Rechnen; die zweyte aber, die schon lange im gemeinen Leben üblich ist, und jetzt auch hin und wieder im Schul- und Privatunterricht angewandt wird, nennt man zum Unterschied von jener, Kopfrechnen. (S. die diesem Hefte des Arithmetikers als Vorrede vorangeschickte Einleitung.)

c. Arithmetische Zeichen.

1. Der Kürze wegen, und um die Aufmerksamkeit mehr auf die vorkommenden Begriffe als auf die sie bezeichnenden Worte zu lenken, ist es in der Rechenkunst nöthig, statt der Worte, welche die arithme-

tischen Operationen, so wie die Zahlverhältnisse selbst, andeuten, gewisse Zeichen zu gebrauchen, die diese Begriffe eben so kurz, wie die Ziffern die Zahlen bezeichnen.

2. Anzudeuten, daß zwey Zahlen, oder überhaupt zwey Größen einander gleich (äqual) sind, (d. h. von welchen die eine so viele von eben den Einheiten enthält, als die andere, oder von welchen die eine für die andere gesetzt werden kann.) braucht man dieses Zeichen: =, welches man zwischen beide Größen setzt.

Z. B. statt zu schreiben:

32 Loth ist gleich 1 ℔ (Pfund)
110 ℔ — — 1 Centner,

setzt man:

32 Loth = 1 ℔
110 ℔ = 1 Centner rc.

3. Das Zeichen der Ungleichheit zweyer Zahlen oder Größen ist: >; welches ebenfalls zwischen zwey Größen, und zwar so gesetzt wird, daß die Oeffnung der größten, und die Spitze der kleinsten Größe zugekehrt wird.

Z. B. 12 Groschen > 5 Gr. heißt:
12 Groschen ist größer als 5 Gr.; oder
5 Groschen < 12 Gr. heißt:
5 Gr. ist kleiner als 12 Groschen.

4. Die Addition zweyer oder mehrerer Zahlen anzudeuten, setzt man zwischen ihnen das Zeichen: +; welches durch Plus (und, oder mehr) ausgedrückt wird.

Z. B. 13 + 4 + 5 Groschen heißt:
13, 4 und 5 Gr. sollen addirt werden.

5. Das Zeichen der Subtraction ist: — (minus oder weniger).

Z. B.

Z. B. 5 — 3 heißt 5 weniger 3, und zwar wird die größere Zahl zur Rechten, und die kleinere zur Linken gesetzt.

6. Das Multiplicationszeichen ist entweder ein Punct (.) oder Kreuz (×), auch Andreaskreuz genannt, welches zwischen die zu multiplicirenden Größen gesetzt, und gewöhnlich durch mal ausgedrückt wird.

Z. B. 2 . 5, oder 2 × 5, heißt 2 mal 5, d. h. 2 ist mit 5 zu multipliciren.

7. Das Divisionszeichen ist ein Colon (:); z. B. 2 : 5 heißt, 5 soll durch 2 dividirt werden. Es wird gewöhnlich durch in ausgesprochen (z. B. 2 in 5.). Auch wird die Division durch einen Queerstrich zwischen dem Dividendus und den unter ihm gesetzten Divisor angedeutet. Z. B. $\frac{6}{3}$ heißt ebenfalls 6 durch 3 oder 3 in 6.

8. Bezeichnung der entgegengesetzten Zahlen.

1) Eine negative Zahl wird kurz durch — (Minus) oder durch das Subtractionszeichen bezeichnet; weil man sie als eine solche ansieht, die von einer positiven subtrahirt werden soll.

Z. B. statt negative	3 setzt man:	— 3
" "	6 " "	— 6
" verneinte	12 " "	— 12 ꝛc.

2) Jede mit Ziffern geschriebene Zahl, vor der kein Zeichen steht, sieht man als positiv an. Z. B. 13, 6, 15. ꝛc.

Indeß ist es oft nöthig, besonders zu bemerken, daß eine Zahl bejaht genommen werden soll. In diesem Falle setzt man vor ihr das Zeichen +. Z. B. + 3; + 13; + 978. ꝛc. bedeuten positive Zahlen.

d. Einige allgemeine Grundsätze *).

1. Jede Zahl oder Größe ist sich selbst gleich.

Anmerk. Ein Satz, dessen Wahrheit unmittelbar und von jedem gleich erkannt wird, und aus welchem zugleich die Wahrheit vieler andern Sätze erkannt werden kann, heißt ein Grundsatz. Diesen stellt die Mathematik (also auch die Arithmetik) als den ersten und vornehmsten Grundsatz auf. Er kommt vollkommen mit dem Grundsatz überein: Ein jedes Ding ist das, was es ist. Z. B. 4 = 4. a = a. Aus diesem folgt:

2. Jede Zahl oder Größe ist in sich selbst vollkommen einmal enthalten.

Anwendung dieser Grundsätze auf alle Species der Arithmetik. Die Zahl 8 ist sich selbst gleich (8 = 8). Da nun 8 die Summe von 6 + 2, die Differenz zwischen 10 — 2, das Factum aus 2 × 4, und endlich der Quotient ist, wenn man mit 2 in 16 dividirt (2 : 16 = 8); so folgt, daß die Summe von 6 + 2, die Differenz zwischen 10 — 2, das Factum aus 2 × 4, und der Quotient von 2 in 16 einander vollkommen gleich seyn müssen. (Mittelst des Zeichens der Gleichheit kann man dies kürzer so bezeichnen: 6 + 2 = 10 — 2 = 2 × 4 = 2 : 16 = 8.)

3. So=

*) Sollten diese allgemeinen Grundsätze oder Gründe der Arithmetik hier noch nicht alle verständlich genug für Anfänger in der Rechenkunst erläutert worden seyn, so ersuchen wir diese, sie nach Endigung dieses 2ten Abschnitts noch einmal zu lesen, wo alsdann die Dunkelheit, die hier leicht durch die Kürze des Vortrags entstehen konnte, gänzlich wegfallen wird.

3. Sobald zwey Zahlen oder Größen einer dritten gleich sind, so sind sie einander selbst gleich.

Erläuterung. $4+2$ ist die eine Zahl oder Größe, $8-2$ ist die andre. Nun ist $4+2=6$, und $8-2=6$; 6 ist also die dritte gemeinschaftliche Größe; sie sind also beide einer dritten gleich, (nemlich

$4+2=6$

$8-2=6$) folglich ist

$4+2=8-2$, d. h. beide Größen sind sich einander selbst gleich.

Noch ein Beyspiel: $6+4=10$ und

$8+2=10$, folglich

$6+4=8+2$.

4. Wird eine gleiche Zahl zu einer andern gleichen Zahl addirt, so entstehn gleiche Summen.

Z. B. $4+4=8$

$2+2=4$

$6+6=12$.

Hier ist $4+4$ und $2+2$ die eine, und $8+4$ die andre, der erstern gleiche Zahl.

Erläuterung. Die Zahl 4 und 4 ist gleich 8, und 2 und 2 ist gleich 4; wenn man nun $2+2$ zu $4+4$ addirt, so kommt eben so viel heraus, als wenn man 4 zu 8 addirt: d. h. also, es kommen gleiche Summen, welche hier in beiden gleichen Zahlen oder Größen 12 ist.

5. Addirt man Gleiches zu dem Größern, und Gleiches zu dem Kleinern, so muß die Summe im erstern Fall größer als im letztern seyn.

Z. B. $12>4$

$8=8$

$20>12$.

Hier

Hier wird 8 zu 12 und 8 zu 4, folglich das Gleiche zum Größern und Kleinern addirt.

6. Zerlegt man eine Zahl, die aus Zusammensetzung von zwey andern entstanden ist, auf eben die Art, wie sie entstand, und sieht die eine als nicht vorhanden an, so bleibt eine von den beiden Zahlen übrig.

Z. B. $14 = 8 + 6$, d. h. die Zahl 14 ist aus 8 und 6 entstanden: nimmt man nun 8 von 14 weg, so bleibt die Zahl 6; nimmt man aber 6 hinweg, so bleibt die Zahl 8, aus welchen beiden die Zahl 14 entstanden ist.

7. Wenn man Gleiches von Gleichem subtrahirt, so bleibt Gleiches übrig.

Erläuterung.
$$\begin{array}{r} 8 + 4 = 12 \\ -3 + 2 = 5 \\ \hline \text{bleibt } 5 + 2 = 7. \end{array}$$

Nimmt man 3 von 8 weg, so bleibt 5, und 2 von 4 bleibt 2, also bleibt $5 + 2 = 7$. Diese bleibt aber auch übrig, wenn man 5 von 12 wegnimmt.

8. Zieht man Gleiches von dem Größern, und das nemliche Gleiche von dem Kleinern ab, so bleibt im erstern Fall mehr übrig, als im andern.

Erl.
$$\begin{array}{l} 6 + 4 > 8 \\ -3 + 2 = 5 \\ \hline \text{also } 3 + 2 > 3. \end{array}$$

D. h. $3 + 2$ macht 5; diese 5 von $6 + 4$, also von 10, als von der größern Zahl, abgezogen, und das Gleiche (nemlich 5) von 8, als der kleinern Zahl, abgezogen, muß von 10 mehr übrig bleiben (nemlich $3 + 2 = 5$), als von 8. (nemlich 3.)

9. Wenn

9. Wenn man Gleiches unter sich mit andern Zahlen oder Größen, die auch unter sich gleich sind, multiplicirt, so kommen gleiche Facta oder Producte.

Z. B. $4 = 4$
$\times 2 = 2$
$8 = 8.$

oder $6 \times 2 = 12$
$\times 2 \times 3 = 6$
$12 \times 6 = 72.$ D. h. $6.2 = 12$, also zwey gleiche Größen, die mit zwey andern gleichen Größen, nemlich mit 2×3 oder mit 6 zu multipliciren sind. Multiplicirt man nun 6×2 mit 2×3; so erhält man ein eben so großes Product, als wenn man 6 mit 12 multiplicirt.

10. Wenn eine größere und eine kleinere Zahl durch andre unter sich gleiche Zahlen vervielfältigt werden, so sind die Producte ungleich, und zwar das erstere größer, als das letztere.

Erl. $12 > 8$
$\times 4 = 4$
$48 > 32.$

oder: $2 \times 6 > 8$
$\times 2 \times 2 = 4$
$4 \times 12 > 32.$

11. Gleiches durch Gleiches dividirt, giebt gleiche Quotienten.

Erl. $2:) 8 + 4 = 12.$
$2:) 4 + 2 = 6.$ (Quotient der beiden gleichen Zahlen.
$2 + 1 = 3.$

Die Zahl 2 ist Divisor, die beiden andern Zahlen Dividendi: mit 2 in 8 dividirt, giebt den Quotienten 4; ferner mit 2 in 4, giebt den Quotienten 2; mit dem Divisor in (der 8 + 4

glei-

gleichen) 12 dividirt, giebt den Quotienten 6, welcher dem vorigen Quotienten $(4+2)$ gleich ist. Verfolgt man die Division noch weiter, wie in dem obigen Beyspiel geschehen ist, so findet man, daß der Divisor in der einen Zahl $(4+2)$ $2+1$ in der gleichen Zahl (6) 3mal enthalten ist; folglich sind hier zwey gleiche Quotienten.

12. Dividirt man das Größere und Kleinere durch Gleiches, so ist der Quotient im ersten Fall größer als im andern.

Z. B. $2:)\underline{8+6>12.}$

$4+3>6.$ d. h. da $8+6=14$, also größer als 12 ist, so muß die Hälfte $4+3=7$ größer seyn, als 6.

13. Das Ganze ist allen seinen Einheiten (Unitäten) oder Theilen zusammengenommen, vollkommen gleich.

Z. B. 1 Gulden ist 60 Kreuzer gleich, und 60 Kreuzer machen 1 Gulden.

14. Das Ganze übertrifft eine jede einzelne Einheit, oder jeden einzelnen Theil.

Z. B. 1 Rthlr. ist größer als 1 Groschen von 24 Gr., die zusammengenommen erst 1 Rthlr. ausmachen.

15. Werden Größen, die durch Theilung aus einer andern Größe entstanden sind, wieder zusammengesetzt; so geben sie dieselbe Größe, aus welcher sie entstanden, und von welcher sie als Theile zu betrachten sind. (S. Nr. 6.)

Z. B. 12, 8, 6 sind durch subtrahiren aus 26 entstanden, nemlich $26-8=18$; $18-6=12$; addirt man diese Zahlen, so geben sie die vorige Zahl oder Größe (26) wieder.

16. Mul-

16. Multiplicirt man 2 bejahende Größen, so ist das Factum bejahend.

Z. B. $4 \times 6 = 24$. Hier wird die eine bejahende Größe so vielmal gesetzt, als die andere Einheiten in sich hat: 6, 4mal gesetzt oder bejahet, giebt das bejahende Factum 24.

17. Eine bejahende Größe oder Zahl mit einer verneinenden multiplicirt, giebt ein verneinendes Product.

Erläuterung. Die bejahende Größe muß so vielmal verneint werden, als die negative Größe Einheiten in sich hat. Z. B. ich habe 6 Gulden 4mal nicht, heißt, ich habe 24 Gulden Mangel; also ist die 24 hier negativ.

18. Werden 2 verneinende Zahlen mit einander multiplicirt, so ist das Product jederzeit bejahend.

Erl. 6 fl. Schuld habe ich 3mal nicht; also habe ich 18 Gulden mehr, als einer, der 6 fl. Schuld 3mal bezahlen muß. Beide Zahlen, 6 und 3, sind negative Zahlen, also ist das Factum bejahend.

19. Dividirt man eine positive (bejahende) Zahl mit einer positiven, so ist der Quotient ebenfalls bejahend.

Z. B. 3 : 24 giebt die bejahende Größe 8; denn, nehmen wir an, daß 3 Personen sich in 24 fl. theilen, so bekommt jede Person wirklich 8 fl.

20. Werden negative Zahlen mit negativen dividirt, so ist der Quotient affirmativ (bejahend).

Erl. Habe ich 24 fl. Schuld in gleichen Theilen an 3 Personen zu zahlen, und diese verlangen das Geld nicht; so schenkt mir jede Person 8 fl. (3 : 24 = 8.) also ist der Quotient bejahend.

21. Wenn

21. Wenn eine kleinere negative Zahl von einer größern negativen Zahl subtrahirt wird, so ist der Rest allemal negativ.

Erl. Von 50 fl. Schuld sollen 30 fl. Schuld subtrahirt werden. 50 fl. ist die größere negative, und 30 fl. die kleinere negative Zahl — bleibt also Rest als negativ, 20 fl. (nemlich Schuld.)

$$\begin{array}{r} -50 \text{ fl.} \\ -30 \text{ fl.} \\ \hline \text{Rest } -20 \text{ fl.} \end{array}$$

22. Wird eine größere affirmative Zahl von einer kleinern affirmativen Zahl subtrahirt, so ist der Rest negativ.

Z. B. Es soll jemand 80 fl. bezahlen, und hat nur 60 fl., so bleibt er noch 20 fl. schuldig, und diese 20 fl. sind der negative Rest.

23. Wird aber von einer größern bejahten Zahl eine kleinere bejahte subtrahirt, so ist der Rest allezeit affirmativ.

Z. B. Wird von der bejahten 12 die bejahte 6 subtrahirt, so ist der Rest 6, welcher also auch bejahend ist.

$$\begin{array}{r} +12 \text{ fl., weniger} \\ +6 \text{ fl.} \\ \hline \text{bleibt } +6 \text{ fl.} \end{array}$$

24. Bey gleichen Größen findet sich keine Differenz.

Z. B. $4+4= 8-2=6.$
$6+4=10-4=6.$

Hier ist die eine Größe so groß als die andere, folglich findet sich zwischen beiden kein Unterschied.

25. Wird eine positive und negative Zahl, die als Zahlen einander gleich sind, zusammen addirt, so heben sie sich einander auf.

Z. B.

Z. B. zu 4 fl. Vermögen (als bejahte Zahl) 4 fl. Schuld (als verneinte Zahl) addirt = o. (d. h. sie heben sich auf.)

$$\left.\begin{array}{r}+4\\-4\end{array}\right\}\text{ addirt}$$
$$\overline{\quad o.\quad}$$

26. Werden ungleiche affirmative und negative Zahlen addirt, so hebt die kleinere Zahl einen Theil der größern Zahl auf, der ihr gleich ist; der übriggebliebene Theil ist die Summe, die das Zeichen der größern Zahl behält.

Z. B. Zu + 8 soll addirt werden — 6; so bleibt + 2: denn 6 von 8 läßt noch 2 übrig.

27. Wird eine Zahl mit einer gleichen Zahl auf eine gleiche Weise vermehrt und wieder vermindert, so muß sie sich nach geschehener Veränderung wieder selbst gleich seyn. (Die Veränderung mag nun entweder durchs Addiren und Subtrahiren, wie in folgendem Beyspiele:

$8 + 8 = 16 - 8 = 8.$ oder $8 + 4 = 12 - 4 = 8.$

oder durch Multipliciren und Dividiren vorgenommen werden.

Z. B. $4 \times 8 = 32.$ $8 : 32 = 4.$
oder $8 \times 4 = 32.$ $4 : 32 = 8.$)

28. Wird zu einer Zahl eine größere Zahl addirt, als dazu addirt werden sollte; so ist die Summe um so viel zu groß, als die eine Zahl zu groß angenommen wurde.

Z. B. Es sollen 19 und 7 zusammengezählt werden. Nehmen wir hier statt 19 die um 1 größere 20 + 7, so erhalten wir 27, welche Zahl aber um so viel zu groß ist, als die 20 zu groß angenommen wurde, nemlich um 1. Folglich ist die wahre Summe 26.

29. Wird von einer Zahl mehr subtrahirt, als geschehen soll, so ist der Rest um so viel zu klein, als zu viel abgezogen wurde.

Z. B. Von 87 sollen 69 abgezogen werden. Subtrahiren wir statt 69 die um 1 größere 70, so bleibt 17. Da wir aber 1 weniger abziehen sollten, so ist der Rest um 1 zu klein: diese muß also noch zum Rest addirt werden.

30. Wird eine von zwey Zahlen, die mit einander multiplicirt werden sollen, zu groß angenommen: so ist das Product um so vielmal zu groß — als der eine Factor durch den andern zu vielmal genommen ist.

Z. B. 8 soll 9mal genommen werden. Nehmen wir die 8 (statt 9) 10mal, so ist das Product 80. Hier ist aber die 8 einmal zu viel genommen; folglich ist das Product um einmal 8 zu groß.

31. Wird eine Zahl durch eine größere dividirt — als wodurch sie dividirt werden sollte; so ist der Quotient um so vielmal zu klein, als der Divisor einigemal zu groß angenommen worden.

Z. B. 100 soll durch 25 getheilt werden; d. h. wir wollen wissen, wie oft 25 in 100 steckt. Nehmen wir nun statt 25 die 2mal größere Zahl 50, so finden wir, daß diese 2mal in 100 enthalten ist. Dieser Quotient 2 ist aber um so vielmal zu klein, als die 50 in Ansehung des wahren Divisors ein: oder etlichemal zu groß angenommen ist. Nun ist 50 2mal zu groß; folglich der Quotient 2mal zu klein. Der Quotient muß also noch 2mal genommen werden.

32. Wird aber die Zahl, welche durch eine andre dividirt werden soll, d. h. der Dividendus, einigemal zu groß angenommen, so ist der Quotient um so

so vielmal zu groß, als der Dividendus einigemal zu groß ist.

Z. B. Wie oft steckt 25 in 50? Setzen wir statt 50. 100, so ist der Quotient 4. Dieser aber ist 2mal zu groß, weil der Dividendus 2mal zu groß angenommen ist.

e. Abbreviaturen und Abkürzungszeichen der Benennungen von Dingen, die im gemeinen Leben am häufigsten unter einer Zahl begriffen werden. (Einheitsbenennungen.)

1. Abkürzungen der Geld = oder Münzbenennungen.

a) Goldmünzen.

Ld'or	heißt	Louisd'or.
Frd'or	—	Friedrichsd'or.
Cd'or	—	Carlsd'or.
Md'or	—	Mard'or.
Duc.	—	Ducaten.

b) Silbermünzen.

Th., Thlr. (Rthlr. rl.)	—	Thaler oder Reichsthaler.
Bthlr.	—	Bayerthaler.
Cthlr.	—	Conventionsthaler.
Sthlr.	—	Speciesthaler.
Lthlr.	—	Laubthaler.
Fl. (fl.)	—	Gulden (Floren).
fl. rhn.	—	Gulden rheinisch.
Mfl.	—	Meißnischer Gülden oder Gülden meißnisch.
Bß.	—	Batzen.
Kr. (Xer)	—	Kreuzer.
Gr. (gl.)	—	Groschen.
Mgr.	—	Mariengroschen.
Mk. (₰)	—	Mark.

ßl.	heißt	Schilling.
strl. (stl.)	—	Stüver.

c. Kupfermünzen.

Pf. (₰)	—	Pfennig.
Hll.	—	Heller.

2. Abkürzungen der Gewichtsbenennungen.

Ctr.	heißt	Centner.
℔	—	Pfund (libra).
Sch℔ (S℔)	—	Schiffpfund.
L℔	—	Lißpfund.
St.	—	Stein.
Mrk. (mk)	—	Mark.
Lth. (L.)	—	Loth.
Kar.	—	Karath.
Qutl. (Qt.)	—	Quentchen.
Pfgw.	—	Pfenniggewicht.
Hllgw.	—	Hellergewicht.
℥	—	Unze.
ʒ	—	Drachma.
Scr. (℈)	—	Scrupel.

3. Abkürzungen der Maaßbenennungen.

a) Längenmaaß.

Ml.	heißt	Meilen.
□ Ml.	—	Quadratmeilen.
R. (°)	—	Ruthen.
F. (′)	—	Fuß oder Schuh.
Z. (″)	—	Zoll.
L. (‴)	—	Linien.
Kl.	—	Klafter.
Ltr.	—	Lachter.

b) Flächenmaaß.

Mg. (Ack.)	—	Morgen, (Acker.)
□ R.	—	Quadratruthe.
□ F.	—	Quadratfuß.

c) Kör-

c. Körpermaaß.

ca. trockner Dinge.

Mltr.	heißt	Malter.
Schffl.	—	Scheffel.
Mßch.	—	Mäßchen.
Vrt.	—	Viertel.
Mtz.	—	Metzen.

cb. Flüssiger Dinge.

Fdr. (Fud.)	heißt	Fuder.
Er. (Eim.)	—	Eimer.
Mß.	—	Maaß.
Orth.	—	Orthof.
Ank.	—	Anker.
Fß.	—	Faß.
Tl.	—	Tonne.

4. Abkürzungen des Zeitmaaßes.

J.	heißt	Jahr.
M. (Mt.)	—	Monat.
W.	—	Wochen.
T.	—	Tage.
St.	—	Stunden.
M.	—	Minuten.
S.	—	Secunden.
T.	—	Tertien.
Sec.	—	Seculum.

5. Abkürzungen besonderer Benennungen, womit man eine gewisse Anzahl gleicher Stücke zu bezeichnen pflegt.

Sch.	heißt	Schock.
Md.	—	Mandel.
Dtz. (Dutz.)	—	Dutzend.
St.	—	Stiege, auch Stück.
Z.	—	Zimmer.
Dech.	—	Decher.

Anmerk. 1. Die Bedeutung der übrigen in der Folge etwa vorkommenden Abkürzungen wird

 in

in den Münz-, Maaß- und Gewichtsverzeichnissen (oder in der Abth. B.) angezeigt werden.

2. Da verschiedene Benennungen oft in ihrer Abkürzung auf einerley Art bezeichnet werden; so kann man sich, um keine Verwechselung zu veranlassen, nur erst beym Rechnen in verbundenen Zahlen ganz dieser Abbreviaturen bedienen, wo sich dann aus dem Zusammenhang mit andern Zahlbenennungen ihre Bedeutung leicht ergiebt.

Zweytes Capitel.

Addition gleichbenannter ganzer Zahlen.

a. Anweisung zum schriftlichen Addiren.

1. Es kann nur Gleiches zu Gleichem addirt werden. Daraus folgt: a) es können keine andere, als auf gleichartige Dinge sich beziehende Zahlen (die also schon alle gleiche Benennungen haben, z. B. Groschen, oder doch unter Eine Benennung zu bringen sind, z. B. Thlr. u. Gr.) zusammengezählt werden. (S. I. Abschn. Cap. 1. litt. a. Nr. 7. u. litt. bb.) b) Eben so können auch in den Zahlen selbst, wenn sie Einheiten aus mehrern Ordnungen enthalten, nur die zu derselben Ordnung gehörigen Einheiten, d. h. die Einer zu den Einern, die Zehner zu den Zehnern, die Hunderte zu den Hunderten rc. gezählt werden. (S. I. Abschn. Cap. 1. litt. c. Nr. 6.)

Denn, wollte man z. B. 5 Einer, d. h. Einheiten der untersten Ordnung, zu 5 Zehnern, oder Einheiten der ersten höhern Ordnung, zählen, ohne auf diese verschiedenen Ordnungen Rücksicht zu nehmen, so würde man entweder die Einer als Zehner, oder die Zehner als Einer betrachten müssen; und da Einer keine Zehner, und Zehner keine Einer sind, auf jeden

Fall

Fall falsch zählen, d. h. eine ungültige Zahl herausbringen: denn 5 und 5 sind, als Einer genommen, 10 Einheiten, und als Zehner 100; aber als Einer und Zehner genommen, weder 10 Zehner oder 100, noch 10 Einer. Folglich können die Einer nur als Einer mit den Zehnern verbunden, aber nicht damit zusammengezählt werden. Z. B.

5 Zehner = 50
5 Einer = 5, also sind 5 Zehner und 5
Einer zusammen = 55.

2. Hieraus ergiebt sich für den schriftlichen Aufsatz der zu addirenden Zahlen die Nothwendigkeit, die in denselben enthaltenen Einer unter die Einer, die Zehner unter die Zehner, die Hunderte unter die Hunderte ꝛc., mit einem Worte, die Zahlen nach ihren Ordnungen unter einander zu schreiben, damit die Zahlen der verschiedenen Ordnungen beym Zusammenzählen nicht verwechselt, und also ungültige Zahlen gefunden werden.

Wenn also z. B. 25670 + 5422 + 223 + 19 + 5 fl. addirt werden sollen, so müssen diese Posten erst nach den Ordnungen der darin enthaltenen Einheiten so unter einander gesetzt werden, daß die Ziffern, welche zu einerley Ordnung gehören, in einer Columne (oder Verticalreihe) unter einander zu stehen kommen, wie folgende Darstellung zeigt:

2	5	6	7	0	fl.
	5	4	2	2	—
		2	2	3	—
			1	9	—
				5	—
Z. Taus.	Taus.	Hund.	Zehner.	Einer.	

3. Die so geordneten Posten werden von der zu suchenden Summe durch einen unter denselben gezogenen Strich, der hier und in allen andern Rechnungsarten als ein Zeichen der Folgerung betrachtet, und durch also oder folglich übersetzt werden kann, unterschieden.

4. Die Addition der Posten kann sowol von den Zahlen der höhern, als von den der untersten Ordnung anfangen. Doch ist es der Kürze wegen beym schriftlichen Rechnen gebräuchlich, bey den primitiven Einheiten anzufangen, und also die über einander gesetzten Zahlen von der Rechten gegen die Linke zusammenzuzählen.

5. In jedem dieser beiden Fälle werden die Zahlen der verschiedenen Ordnungen unter sich zusammengezählt, so daß die Summe der Einer, Zehner etc. erst einzeln gesucht werden.

6. Die gefundene Summe der Einer muß unter die Einer, die Summe der Zehner unter die Zehner, die Summe der Hunderte unter die Hunderte etc. gesetzt werden. Wenn aber die Summe der Einer zugleich Zehner enthält, so müssen diese unter die Zehner gesetzt, und entweder zu den einzelnen Zehnern, oder zu der gesuchten Summe derselben gezählt werden. Eben dies gilt auch, wie die folgenden Beyspiele und Erläuterungen deutlicher zeigen, von den Hunderten, Tausenden u. s. w.

Z. B.	25670 fl.	
	5422 —	
	223 —	
	19 —	
	5 —	

Summe d. E.	19	— Einer
— d. Z.	12	— Zehner
— d. H.	12	— Hund.
— d. T.	10	— Tauſ.
— d. Z. T.	2	— Z. Tauſ.

Totalſumme 31339 fl.

a) Addition der Einer, Zehner ꝛc.

1) die Summe der Einer.

2 + 3 + 9 + 5 E. = 19, alſo 1 Z. und 9 E.

2) der Zehner:

7 + 2 + 2 + 1 Z. = 12 Zehner, oder 1 H. u. 2 Z.

3) der Hunderte:

6 + 4 + 2 = 12 Hund. oder 1 T. 2 H.

4) der Tauſende:

25 + 5 T. = 30 Tauſ.

b) Addition der Theilſummen.

Werden nun die unter einander ſtehenden Zehner, Hunderte, Tauſende und Zehntauſende beſonders zuſammengezählt, ſo erhalten wir die Summe der Poſten in einer Zahl, nemlich die

Auf diese Art ergiebt sich unter dem letzten Striche eine zusammengesetzte Ziffer, welche eine Zahl anzeigt, die eben so viel Einheiten in sich begreift, als alle Posten oder Theilsummen zusammengenommen.

7. Da aus obigem Grundsatz (Nr. 1.), so wie aus der hier angestellten Addition der schon gefundenen einzelnen Summen der Einer, Zehner, Hunderte rc., erhellt, daß die durch das Zusammenzählen der Einer gefundenen Zehner zu der folgenden Ordnung, nemlich zur Ordnung der Zehner, eben so die durchs Addiren der Zehner gefundenen Hunderte zur Ordnung der Hunderte rc. übergetragen werden müssen; so ist es nicht nöthig, die Summen der Einer, Zehner rc. einzeln nach den Stellen ihrer Ordnungen unter einander zu schreiben, und dann eine zweyte, oder (wie das bey größern Zahlen leicht der Fall seyn könnte) noch eine dritte Addition der gefundenen einzelnen Summen der Zahlen verschiedener Ordnungen anzustellen; sondern man kann die in der Summe der Einer enthaltenen Zehner gleich, ohne sie hinzuschreiben, zu den noch nicht zusammengezählten Zehnern zählen. Eben dies gilt auch von den Hunderten, die in der Summe der Zehner, und von den Tausenden, die in der Summe der Hunderte enthalten sind. Hierdurch wird die Zeit des doppelten Addirens, und zugleich der Raum, den die einzelnen Summen der Einer, Zehner rc. einnehmen, erspart. Also statt der vorigen doppelten Addition, folgende einmalige:

25670	fl.
5422	—
223	—
19	—
5	—
31339	fl.

Erläu-

Erläuterung 1. Die zusammengezählten Einer machen 19. Also 1 Zehner und 9 Einer. Die letztern werden unter die Verticalreihe der Einer gesetzt, der gefundene Zehner aber gleich zu den Zehnern, deren Summe nun zunächst gesucht wird, gezählt.

2. Die zu summirenden Zehner geben nun nicht 12, sondern 13 Zehner; also 3 Zehner, welche gleich unten angesetzt werden, und 10 Zehner oder 100, welche als eine Einheit der folgenden höhern Classe zu den Zahlen derselben gezählt werden muß.

3. Die Hunderte geben 13; also 3 Hunderte und 10 Hunderte. Letztere sind = 1000, und werden folglich zu der folgenden Ordnung der Tausende gezählt.

4. Eben dies gilt auch bey der fortgesetzten Zusammenzählung der Tausende ꝛc. — Doch bemerken wir noch, daß es nicht nöthig ist, bey jeder Zahl, die mit andern zusammengezählt wird, die Ordnung, zu welcher sie gehört, zu benennen, und z. B. zu sagen: 7 Zehner + 2 Zehner = 9 Zehner + 2 Zehner = 11 Z. + 1 Z. = 12 Zehner; sondern man kann beym Zusammenzählen die Ordnungsbenennungen Einer, Zehner ꝛc. ganz weglassen, und jedes Zehen, welches zu einer höhern Classe oder Ordnung gehört, in dieser Ordnung blos als Eins ansehen; oder die Zahlen in jeder Columne für sich als Einer betrachten.

Anmerk. Wenn in einer Classe durch die Addition eine Zahl gefunden wird, die zwar eine oder mehrere Einheiten der folgenden höhern, aber keine zu der zusammengezählten Ordnung gehörige Zahl enthält, so muß diese Stelle mit 0 ausgefüllt werden.

Z. B.

z. B. 256 Rthlr.
+ 44 —
= 300 Rthlr.

1) 6 und 4 = 10. Also eine Einheit der folgenden Classe.

2) 5 + 4 + 1 = 10, nemlich Zehner; also 100, oder eine Einheit der dritten Classe.

3) Diese zu der 2 = 3, nemlich Hunderte. Folglich sind die beiden Posten = 300 Thlr.

8. Wenn die Addition mit der höchsten in den Posten enthaltenen Zahlordnung anfängt, und mit der untersten Ordnung endigt — also von der linken gegen die rechte Hand fortschreitet; so ist die besondere Addition der gefundenen Theilsummen, nemlich der Tausende, Hunderte, Zehner rc. unvermeidlich. (Denn die zuerst gefundenen Einheiten der höchsten Ordnung können ja nicht in Verbindung mit den etwa dazu gehörigen Einheiten, welche erst durch die Addition der folgenden Ordnung zu suchen sind, aufgezeichnet werden.) Ein Beyspiel wird dieses deutlich zeigen.

Nach Tempelmanns Angaben enthält

Europa	171834 geogr. □ Ml.	Wie viele □ M. enthalten also diese vier Erdtheile?
Afrika	531638 — —	
Asien	641092 — —	
Nordamerika	231192 — —	
Südamerika	340917 — —	
	17 — — Hunderttaus.	Diese nach ihren Ordn. unter sich zusammengezählt, sind gleich:
	21 — Zehntaus.	
	4 — Taus.	
	24 — Hunderte.	
	25 Zehner.	
	23 Einer.	
	1916673 geogr. □ M.	

An-

Anmerk. 1. Da hier also eine 2te Addition (nemlich die der Theilsummen in die zu suchende Totalsumme) unvermeidlich ist; so wird beym schriftlichen Rechnen die vorige (Nr. 7.) abgekürzte Art des Addirens mit Recht vorgezogen.

2. Daß diese beide Arten der Addition die Summe der Posten richtig geben müssen, läßt sich leicht einsehen. Denn die Summe enthält, als ein Ganzes betrachtet, die Posten als Theile; wenn aber alle Theile genommen werden, so erhält man das Ganze. Ferner die Posten enthalten, wenn sie für sich als Ganze angesehen werden, die Einer, Zehner ꝛc., aus welchen sie bestehen, ebenfalls als Theile; werden also alle Einer, Zehner ꝛc. sämmtlicher Posten mit einander verbunden, und in einer Zahl oder Summe zusammengefaßt, so muß diese Summe allen ihren Theilen, d. h. allen Posten, folglich auch allen in den Posten enthaltenen Theilen, nemlich allen Einern, Zehnern, Hunderten ꝛc. gleich seyn.

3. Es ist einerley, ob erst die kleinern und dann die größern zusammengehörigen Theile, z. B. erst die Einer, dann die Zehner ꝛc. mit einander zu einem Ganzen verbunden werden; oder ob die Zusammensetzung von den größern zu den kleinern Theilen, z. B. von den Tausenden, Hunderten ꝛc. zu den Einern fortschreitet: wenn nur keine zusammengehörige Theile, d. h. keine Einer, Zehner ꝛc. im Zusammenzählen getrennt u. verwechselt, oder unrichtig verbunden werden.

b. Anleitung zur unmittelbaren Addition, oder zum Kopfrechnen.

1. Die Fertigkeit, alle primitive Einheiten (d. h. die Zahlen von 1 bis 9) unter einander möglichst schnell

schnell (folglich ohne eigentliches successives Hinzuzählen der Einheiten, die sie enthalten,) und unmittelbar (d. h. blos in Gedanken, ohne irgend ein sinnliches Zeichen zu Hülfe zu nehmen,) zu verbinden oder zu summiren, ist die Grundlage der unmittelbaren Addition (d. h. der Addition, insofern sie blos in Gedanken vorgenommen wird) aller Zahlen aus den höhern Ordnungen.

Anmerk. 1. Man könnte zwar einwenden, daß sich ohne successives Hinzuzählen der Einheiten, welche eine Zahl, die mit einer andern verbunden werden soll, enthält, gar keine Addition denken ließe; allein dies kann doch wol nur von den Elementarübungen im Addiren, nicht aber von der Fertigkeit, die sich jemand durch diese Uebungen schon erworben hat, gelten. Denn das Hinzuzählen der Einheiten setzt blos Aufmerksamkeit, die Fertigkeit aber, die Summe von zwey Einern sobald zu wissen, als sie uns gegeben werden, setzt zugleich Wirksamkeit des Gedächtnisses voraus; da man ihre Summen nicht gleich wissen kann, wenn man sie nicht schon oft durch successives Hinzuzählen der Einheiten gefunden, und dadurch dem Gedächtniß eingeprägt hat. (Uebrigens besteht alles Addiren in successiver Verbindung der gegebenen Zahlen, so wie jede einzelne Zahl eine solche Verbindung der Einheiten, welche sie enthält, voraussetzt; daher keine Zahl ohne Addition gedacht werden, und jede für sich als eine Summe betrachtet werden kann.)

2. Setzen wir diese Fertigkeit voraus, so ist das Zusammenzählen der Zehner, Hunderte, Tausende ꝛc. bey der Beobachtung folgender Regeln keiner Schwierigkeit unterworfen.

2. Zehner, die mit keinen Einern verbunden sind, zähle man als Einer zusammen, und erhebe ihre Summe durch die Ordnungsbenennung in ihre Classe.

Z. B. 40 und 50 Rthlr. sind?

Antw. 4 und 5 sind 9; nemlich Zehner oder zig; also 90 (9zig) Thaler.

Erläuterung. a) Zig bedeutet weiter nichts als Zehner, ist also bloße Benennung der ersten höhern Zahlordnung. Z. B. 1 zig (statt zehn) bedeutet einen Zehner, oder einmal zehn; 2 zig (statt zwanzig) bedeutet 2 Zehner, oder 2mal zehn; 3 zig, 3 Zehner, oder 3mal 10 ꝛc. Fügen wir nun auch während der Addition der Zehner den einzelnen Posten diese Benennung bey, so drücken wir dadurch nichts anders als die Ordnungsbenennung dieser Zahlen, mithin eine solche Benennung aus, die allen Posten gemeinschaftlich ist, und also der Kürze wegen bis zur vollendeten Addition wegbleiben kann.

b) Wird die Summe der gegebenen Zehner größer als 9 zig; — so kann man entweder die übrigen Zehner ebenfalls als Einer dazu zählen, und z. B. 9 zig (90) und 1 zig (10) 10 zig ꝛc. nennen, bis man die ganze Summe gefunden hat, welche dann ihre richtige Ordnungsbenennung erhalten, d. h. zehnfach erhoben werden, oder einen 10fach höhern Werth erhalten muß.

(Z. B. 40 + 50 + 60 + 20 + 10 + 30 fl. sind?

Antw. 4 und 5 sind 9, und 6 sind 15, und 2 sind 17, und 1 sind 18, und 3 sind 21. Also 21 zig oder 21 Zehner. Nun sind 10 Zehner (oder 10 zig) 100, also 20 Zehner (20 zig) 200; folglich 21 Zehner 200 und 1 zig (oder 10); also 210 fl.)

Oder

Oder man nenne gleich das erhaltene 10 zig Hundert, und addire dann die übrigen Zehner dazu.

3. Eben so zähle man die Hunderte, Tausende 2c. unter sich als Einer zusammen, und bringe die Summe nach dem Werth der addirten Posten in die rechte Ordnung.

Z. B. Jemand besitzt 200, 300, 100, 400, 500 und 700 Rthlr., wie viel also im Ganzen?

Antw. 2 und 3 sind 5, und 1 = 6, und 4 = 10, und 5 = 15, und 7 sind 22, nemlich Hunderte, 10 Hunderte (oder 10mal 100) ist 1000, also 20 Hunderte 2000, folglich 22 Hunderte 2200 Thl.

Anmerk. Man kann aber auch während der Addition statt 10 (Hundert) gleich 1000 sagen, und die übrigen Hunderte dazu addiren. Z. B. 2 (Hundert) und 3 sind 5, und 1 = 6, und 4 = 10 (nemlich Hunderte), also 1000, und 5 und 7, 12 (Hunderte), also 2200.

4. Enthalten die gegebenen Posten Zahlen aus mehrern Ordnungen zugleich, d. h. mehrtheilige Zahlen (z. B. Tausende, Hunderte, Zehner, Einer), so addirt man zuerst die Zahlen der höchsten, dann die der nächst höhern (d. h. 10fach geringern) Ordnung 2c. und zuletzt die Einer, wobey man aber, um Verwirrung zu vermeiden, gleich im Addiren die Benennungen Tausende, Hunderte 2c. hinzufügen kann.

Z. B. Wie viel sind 45 und 20 Rthlr.?

Antw. 40 + 20 = 60 + 5 = 65 Rthlr.

Wie viel sind 9867 fl. und 4265 fl.?

Antw. 9 (Taus.) + 4 (Taus.) = 13 Tausend; 8 (Hundert) + 2 (Hundert) = 10 Hundert oder 1000, also zusammen 14 Tausend; 6 (zig) + 6 (zig) = 12 zig = 120; 7 + 5 = 12, also erst 10 zu 120 = 130 + 2 = 132. Folglich 14132 fl.

Dieses

Dieses Beyspiel erläutert zugleich folgende Regel:

5. Die durch das Zusammenzählen der Hunderte gefundenen Tausende müssen, wenn schon Tausende summirt worden, ihrer Summe gleich zugezählt; eben so die Hunderte, welche die Summe der Zehner enthält, den schon gefundenen Hunderten in der Summe derselben, und zuletzt die Zehner aus der Summe der Einer den Zehnern aus der Summe der Zehner zugezählt werden.

6. Beym Kopfrechnen dürfen die Posten, besonders wenn ihrer viele sind, und jeder aus einer mehrtheiligen Zahl, d. h. aus Einern, Zehnern, Hunderten rc. besteht, nicht (wie beym schriftlichen Rechnen) alle auf einmal gegeben oder genommen werden, als welches leicht zu Verwirrungen Anlaß geben könnte; sondern man sucht erst die Summe von 2 Posten, und zählt diese mit dem 3ten Posten, und die gefundene Summe von 3 Posten mit dem 4ten rc. zusammen.

Z. B. Es hat jemand verschiedene Capitale ausstehen; nemlich bey A. 7468 fl.; bey B. 4684 fl.; bey C. 973 fl.; bey D. 1004 fl. Will er nun in Gedanken berechnen, wie viel diese 4 Posten in allem betragen, so zählt er erst 7468 und 4684 zusammen. 7 (taus.) u. 4 (taus.) = 11 tausend, 4 + 6 (hund.) = 10 hundert oder 1000; folglich mit den vorigen Tausenden 12 tausend; hierzu 6 (zig) + 8 (zig) = 14 zig oder 140; ferner: 8 + 4 (Einer) = 12, diese zu 140 = 152. Also 12152. (Summe der beiden ersten Posten.) Hiezu 973 fl.; 9 (hundert) + 1 (hund.) = 10 hund. = 1000; also statt 12, 13 taus.; 7 + 5 (zig) 120; ferner 2 + 3 = 5. Also die Summe der 3 ersten Posten, 13125 fl.

Zu diesen, 1004 fl. 13 (taus.) + 1 (taus.) = 14 tausend; 125 + 4 = 129. Also die Summe aller Posten 14129 fl.

7. Dieser kurzen Anleitung fügen wir folgende Hauptregel für das Kopfrechnen der mehrtheiligen Zahlen bey, die auf alle 4 Rechnungsarten anzuwenden ist:

Alle Veränderungen, welche mit Zahlen, die Einheiten aus mehrern Ordnungen enthalten, vorgenommen werden sollen, nehme man erst mit den Einheiten der höchsten Ordnung, und dann nach und nach mit den 10fach geringern Einheiten vor. Man addire, multiplicire, subtrahire, dividire z. B. erst die Hunderte, dann die Zehner, und dann die Einer.

c. Vortheile und Abkürzungsregeln für das schriftliche Addiren.

1. Die Addition der in einer Columne enthaltenen Zahlen wird merklich abgekürzt, wenn man sich durch Uebung im Kopfrechnen die Fertigkeit erwirbt, beym ersten Anblick die Summe zweyer oder dreyer Zahlen schnell zu finden, und mit der Summe zweyer andrer Zahlen zusammenzuzählen.

Z. B.
8 kr. } 14 und
6 —
1 — } 10 sind
9 —
= 24 Xr

oder
4 fl. } 12 und
6 —
2 —
7 — } 11
4 —
= 23 fl.

2. Sind viele Zahlen zu addiren, so daß die einzelnen Summen jeder Columne über 100 Einheiten von irgend einer Ordnung enthalten, und also aus drey oder wol noch mehrern Ziffern bestehen würden; so ist es, sowol zur Verhütung eines leicht möglichen Irrthums beym

beym Zusammenzählen so vieler und großer Zahlen, als auch zur Abhelfung des Mühsamen und Beschwerlichen im Behalten derselben, bequemer und sicherer, die große Menge der Zahlen zu theilen, und beliebig etwa 8 und 8, oder 10 und 10 Posten besonders zu summiren, und dann zuletzt aus diesen besondern Summen die Hauptsumme zu suchen.

z. B. Nach Crome beträgt die Bevölkerung und Größe

	Menschen		□ Meilen	
von Portugall — — — —	1800000	—	1711	also von diesen 8 europäischen Ländern beträgt die Zahl der Menschen: der □ Meilen:
— Spanien — — — —	10000000	—	9277	
— Frankreich — — —	25000000	—	10000	
— Italien mit den Inseln — —	16000000	—	5472	
— Großbritannien und Irland —	12001500	—	6179	
— Helvetien — — — —	1840000	—	956	
— Vereinigten Niederlanden —	2360000	—	625	
— Europ. Rußland — — —	20500000	—	74686	
				89501500 — 108906
— Deutschland — — —	26000000	—	12000	
— Dänischen Staaten — —	2200000	—	11676	
— Schweden — — — —	2861000	—	12967	
— Polen und Litthauen — —	9000000	—	10050	
— Europ. Türkey — — —	7000000	—	11410	
— Preußen — — — —	1500000	—	1393	
— Ungarn und Siebenbürgen —	5500000	—	4408	
— Galizien und Lodomirien —	2800000	—	1280	

Beträgt also von diesen 8 europäischen Staaten	56861000 —	65184
Folglich von ganz Europa	146362500 —	174090

An=

Anmerk. 1. Für Anfänger, die noch nicht die nöthige Fertigkeit im Addiren haben, ist es beym Zusammenzählen der Zahlen 7, 8 und 9 mit andern Zahlen vortheilhaft, jene Zahlen als 10 anzusehen, und nach dem Hinzuzählen einer andern Zahl wieder so viele Einheiten abzuziehen, als zu viel genommen worden sind.

Z. B. 9 Gr.	10 und	oder	8 Ellen
+ 4 —	4		+ 6 —
= 13 —	14 — 1		+ 9 —
			23.

10 und 6 = 16	oder	7 fl.	10 + 5
weniger 2 = 14		+ 5 —	= 15 — 3
u. 10 = 24 weniger 1		= 12 —	
= 23.			

Eben dieses gilt auch, wenn diese drey Zahlen unter sich zusammengezählt werden, wobey dann die größte dieser Zahlen als 10 betrachtet werden kann.

Z. B. 7 Rthl.	10 + 8 = 18 — 1 = 17 + 10 = 27 — 3 = 24.
8 —	oder werden sie alle als 10 angesehen, so sind
9 —	10 + 10 = 20 + 10 = 30 — 1. 2. 3. (6) =
24 Rthl.	

Anm. 2. Oder man sehe die 9, 8 oder 7, zu welcher ein Einer hinzugezählt wird, der in Verbindung mit diesen Zahlen mehr als 10 giebt — als 10 an, und ziehe die Einheiten, die dadurch der 9, 8 oder 7 schon beygezählt worden sind, von den Einern ab, die mit diesen Zahlen verbunden werden sollen.

a) Zählt man also zu 9 einen Einer, so entsteht daraus ein Zehner, und ein Einer,

der um Eins (um eine Einheit) kleiner ist, als der Einer, oder die Zahl, die man zu 9 gezählt hat. — Z. B. 9 + 7 = 16, also 10 und ein Einer, der um Eins kleiner ist als 7, nemlich 6. (Oder 9 + 8 = 17, und 9 + 9 = 18.)

b) Wird zu 8 ein Einer gezählt, der größer ist als 2, so entsteht ein Zehner und ein Einer, der um 2 kleiner ist als der hinzugezählte Einer. — Z. B. 8 + 6 = 14. (also 10 und 4; 4 ist aber um 2 kleiner, als 6.)

c) Wird zu 7 ein Einer gezählt, der größer ist als 3, so entsteht ein Zehner und ein Einer, der um 3 kleiner ist, als der zu 7 hinzugezählte Einer. — Z. B. 7 + 6 = 13. (3 ist um 3 weniger als 6.)

Anmerk. 3. Diese Regel fällt ihrem Grunde nach (s. Capitel 1. litt. d. Nr. 28.) mit der vorigen zwar in Eine zusammen, lehrt aber doch, wie sie sich auf eine kürzere Weise, sowol im Kopfrechnen, als beym schriftlichen Rechnen anwenden lasse.

d. Beyspiele zur Uebung im Addiren.

1. Wie viele Meilen beträgt die Postroute von Gotha bis Hamburg? Man zählt von Gotha nach Langensalze 2 Meilen, von da bis Sondershausen 4, Nordhausen 2, Haselfeld 3, Blankenburg 2, Hessen 4, Wittmar 2, Braunschweig 3, nach Gambsen 4, Groß-Oesingen 3, Ebstorf 6, Lüneburg 3, Hope 3, und von diesem Orte bis Hamburg 4 Meilen. (Antw. 45 Meilen.)

2. Nach

2. Nach Büschings wöchentlichen Nachrichten sind vom ersten Advent 1782 bis zum 1ten Advent 1783 in Berlin gestorben 1154 Männer, 1114 Frauen, 1504 Kinder männlichen Geschlechts, und 1357 weiblichen Geschlechts. Wie viel also in gedachtem Kirchenjahre? (Antw. 5129.)

3. Nach einer in Breslau 1785 gedruckten Liste bestand damals die preußische Armee aus 39184 M. Infanterie und 4939 M. Cavallerie in der Mark, 14797 M. Infant. und 3436 M. Cavall. in Magdeburg, 10582 M. Infant. und 7669 M. Cavall. in Pommern, 29424 M. Infant. und 21470 M. Cavall. in Preußen, 11909 M. Infant. in Westphalen, 35322 M. Inf. und 12143 M. Cav. in Schlesien, und 11582 Mann Artillerie und 29 Pontoniers. Aus wie viel Mann Infanterie und Cavallerie bestand damals die königl. preußische Armee, und wie viel Truppen sinds überhaupt? (Antw. 202486 Mann.)

4. Wie lange existirt das Menschengeschlecht? Man zählt von Adam bis Noa, oder von der Schöpfung bis zur Sündfluth (d. h. von den ersten bekannten Erdrevolutionen bis zur großen Ueberschwemmung) 1656 Jahre; von Noa bis Moses, oder von der großen Fluth bis auf den Gesetzgeber der Israeliten, 795 Jahre. Von Moses bis Romulus, oder von der großen Veränderung des israelitischen Volks bis auf die Erbauung Roms, 780 Jahre. Von Romulus bis zum Cyrus, oder von Roms Stiftung bis zur Errichtung des großen persischen Reichs, 215 Jahre. Von Cyrus bis auf Alexander, oder von der Gründung der persischen Monarchie bis zur Ausbreitung des macedonischen Reiches in 3 Erdtheile, 202 Jahre. Von Alexander bis auf Christus, oder bis zum Ursprunge des Chri-

stenthums, 335 Jahre. - Von dem Ursprunge des Christenthums bis auf unsere Zeit 1795 Jahre. (Antwort: 5778 Jahre.)

5. Wie groß ist Italien? Die Länder des Königs von Sardinien betragen 1242 □ Meilen; Genua 60; Modena 90; Parma 90; Venedig 625; Florenz 440; der Kirchenstaat 800; Neapel 1260; Sicilien 576, und die übrigen Länder etwa 460. (Antw. 5643 □ M.)

6. In den Sardinischen Staaten zählt man 3'184'491 Einwohner; in Mantua 170000; in Genua 480596; in Modena 420000; in Parma 300000; im Venetianischen Gebiet 2'480000; in Florenz 2'118007; in Lukka 120000; im Kirchenstaate 2'500000; in Neapolis und Sicilien 6'045908; in Malta 100000; in Corsika 120000; wie viel in ganz Italien? (Antw. 18'039002 Einwohner.)

7. In Dännemark sind 785142 Menschen; in Norwegen 729064; in Island 46201; in Schleswig 243628; in Holstein 214029: wie viel in den sämmtlichen Ländern, die der König von Dännemark in Europa hat? (Antw. 2018064 Einw.)

8. England enthält 3715 □ Ml. und 5200400 Einwohner; Schottland 1735 □ M. und 1024000 Einwohner; Irland 1716 □ M. und 1034102 Einwohner; wie viele □ Meilen sind diese 3 Reiche groß, und wie viele Einwohner haben sie zusammengenommen? (Antw. 7166 □ M. u. 7258502 Einw.)

9. Der Januar hat 31 Tage, der Februar gewöhnlich 28, der März 31, der April 30, der May 31, der Junius 30, der Julius 31, der August 31, der September 30, der October 31, der November 30, und der December 31; wie viele Tage enthält also ein ganzes Jahr? (Antw. 365.)

10. Man schätzt den Handel von Portugall, in Asien, Afrika und Amerika, jährlich auf 70 Millionen franz. Livres; von Spanien auf 150 Millionen; von Holland auf 225 Mill.; von Frankreich ehedem auf 310 M.; von England auf 330 Mill.; von Schweden und Dännemark auf 180 M.; von Rußland auf 118 M; von der europäischen Türkey auf 90 M.; von Deutschland und Ungarn auf 120 M.; von Italien, mit Einbegriff der venetianischen Inseln und Dalmatien, auf 70 Millionen: wie hoch beläuft sich also die Summe des europäischen Handels in den drey genannten Erdtheilen? (Antw. Auf 1663 Mill. franz. Livres.)

11. Man kann den innern Handel, den die verschiedenen europäischen Völkerschaften unter sich selbst treiben, auf 1350 Millionen Livres ansetzen: wie hoch beläuft sich also der ganze Handel unsers Erdtheils? (Antw. Auf 3000 Mill. Livres.)

12. Nach Randels Angaben (s. dessen Annalen der Staatskräfte von Europa) hat der Oesterreichische Kreis 4840000 Einwohner; der Burgundische 2000000; der Chur-Rheinische 1185000; der Ober-Rheinische 1175000; der Fränkische 1000000; der Bayersche 2000000; der Schwäbische 1900000; der Westphälische 2300000; der Ober-Sächsische 4000000, u. der Nieder-Sächsische Kreis 2200000; das Königreich Böhmen 2800000; die Markgrafschaft Mähren 1160000; das Oesterreichische Schlesien 270000; die Markgrafschaft Lausitz 450000; und die unmittelbaren Reichsgrafschaften, Herrschaften und Stifter, welche nicht zu den obigen Kreisen gezählt worden sind, enthalten etwa 100000 Einwohner: wie viel Einwohner hat also ganz Deutschland? (Antw. 27380000.)

13. Nach eben demselben beträgt der Flächeninhalt des Oesterreichischen Kreises 2565 □ Meilen;

des Burgundischen 470; des Chur-Rheinischen 460; des Ober-Rheinischen 500; des Fränkischen 485; des Bayrischen 1200; des Schwäbischen 730; des Westphälischen 1250; des Ober-Sächsischen 2000; des Nieder-Sächsischen 1280; Böhmen 1000; Mähren 417; Oesterreichisches Schlesien 90; und Lausitz 180 □ Meilen. Folglich das ganze deutsche Reich mit allen dazu gehörigen Reichslanden? (Antw. 12627 □ M.)

14. Nach des Grafen von Herzbergs Angaben beträgt die jährliche Mittelzahl der Todten in Lingen und Tecklenburg 1231; in Minden und Ravensberg 4238; in Neufchatel u. Valangin 899; in Halberstadt und Hohnstein 3002; in Magdeburg und Mansfeld 7405; in Schlesien und Glatz 63199; in Cleve, Mark und Meurs 6575; in Geldern 1592; in Ostfriesland 3038; in Churmark 23846; in Ostpreußen 24630; in Neumark 6840; in Westpreußen 16717; und in Pommern 11084: wie viel also in allen preußischen Staaten? (Antw. 174296.)

15. Nach eben desselben Angaben beträgt die jährliche mittlere Zahl der Gebohrnen in Lingen, Tecklenburg 1360; in Minden, Ravensberg 5322; Neufchatel, Valangin 1260; in Halberstadt, Hohnstein 3942; in Magdeburg, Mansfeld 9553; in Schlesien, Glatz 84686; in Cleve, Mark, Meurs 8647; in Geldern 1847; in Ostfriesland 4334; in Churmark 30984; in Ostpreußen 36554; in Neumark 8929; in Westpreußen 25220; in Pommern 15046: wie viele Gebohrne also in allen preußischen Provinzen? (Antw. 237684.)

16. Wie groß ist die Zahl der Einwohner in den sämmtlichen preußischen Staaten, nach den folgenden Angaben des Grafen von Herzberg? In Lingen und Tecklenburg sind 40622 Einwohner; in Min-

Minden und Ravensberg 141092; in Neufchatel u. Valangin 39642; in Halberstadt u. Hohnstein 102068; in Magdeburg und Mansfeld 251770; in Schlesien und Glatz 1403017; in Cleve, Mark und Meurs 223550; in Geldern 52536; in Ostfriesland 100254; in Churmark 644840; in Ostpreußen 911310; in Neumark 249660; in Westpreußen 618529; und in Pommern 410108. (Antw. 5'188998.)

17. Der Militairstand wurde von eben demselben zu 500000 Mann angegeben; wie groß ist also mit Einbegriff des Militairs die Anzahl der Bewohner der obigen Staaten? (Antw. 5'688998.)

18. Nach Herzberg enthält der Flächen-Inhalt von Lingen und Tecklenburg 13 □ Meilen; der von Minden und Ravensberg 51; der von Neufchatel u. Valangin 15; von Halberstadt u. Hohnstein 40; von Magdeburg und Mansfeld 104; von Schlesien und Glatz 640; von Cleve, Mark und Meurs 102; von Geldern 24; von Ostfriesland 54; von Churmark 444; von Ostpreußen 753; von Neumark 220; von Westpreußen 631; und von Pommern 570: wie groß ist also der Flächenraum dieser Provinzen? (Antw. 3661 □ M.)

Drittes Capitel.

Multiplication benannter Zahlen.

a) Anweisung zum schriftlichen Multipliciren.

1. Benannte Zahlen können durch andre benannte Zahlen niemals multiplicirt werden, sie mögen beide gleichartig, und als solche gleich oder ungleich benannt, oder sie mögen ungleichartig seyn.

In

In dem Ausdrucke, 8 Thaler durch 6 Groschen multiplicirt, oder 8 Thlr., 6 gl. mal nehmen, liegt so wenig Sinn, als in dem Ausdrucke, 8 Thlr. 6 Thlr. mal nehmen.

2. Es findet sich zwar oft, daß beide gegebene Factoren einen Namen haben; allein einer von beiden muß allemal als namenlos betrachtet werden.

Z. B. Eine Fabrike bringt alle Stunden 3 Ducaten Profit, wie viel also in 24 Stunden? Hier wird man den täglichen Profit finden, wenn man 24 St. durch 3 Duc. multiplicirt. Dies kann aber doch nichts anders heißen, als, man soll die 3 Duc. so oft nehmen, als Stunden in einem Tage sind. Brächte diese Fabrik täglich nur 3 Ducaten ein, so würden 24 Tage das nämliche Capital geben, was jetzt die 24 Stunden geben. Folglich hat der Name des einen Factors gar keinen Einfluß in die Rechnung, sondern blos der Name des andern. Denn man nehme an, daß die Fabrik stündlich nur 3 Gulden einbringe, so wird dieser Profit in 24 St. nur 72 Gulden betragen, da es vorher so viele Ducaten waren. Hieraus folgt der Satz:

3. Man hat beym Multipliciren niemals darauf zu sehen, ob die Factoren Dinge von gleicher oder ungleicher Art sind: und es ist daher möglich, die Hunderte einer Zahl durch eine Zahl, welche nur Einer bedeutet, Thaler mit einer Zahl, welche Groschen als Einheiten enthält, und Brüche durch ganze Zahlen zu multipliciren; da man gegentheils weder Hunderte und Einer, noch Thaler und Groschen ꝛc. als solche in eine und dieselbe Zahl zusammenfassen, d. h. addiren, noch von einander subtrahiren kann.

4. Die Multiplication oder Vervielfältigung einer Zahl selbst durch eine andre Zahl, wird mit Hülfe

des Einmal Eins (s. Cap. 1. Nr. 12.), welches die Producte aller einziffrigen Zahlen enthält, vorgenommen.

5. Es ist in Absicht des zu findenden Products völlig gleich, welcher von den beiden Factoren zum Multiplicator genommen wird; man nimmt aber immer diejenige Zahl zum Multiplicator, die aus den wenigsten multiplicirenden Ziffern besteht.

6. Ziffern, die nicht wirklich multipliciren, sind 1 und 0; denn wenn eine Zahl durch 1 vermehrt, d. h. nur einmal genommen wird, so bleibt sie unverändert; alle Ziffern aber, die mit 0 vermehrt werden, erhalten zum Factum ebenfalls 0. Denn 0mal 1000, oder 1000mal 0, ist eigentlich Nichts; also = 0.

7. Die Nullen, welche am Ende der Factoren stehen, dürfen also nur dem Product angehänget werden.

Wenn man z. B. der Zahl 8 rechter Hand eine Null anhängt, so erhält man 80; diese würde man aber auch bekommen, wenn man die 8 zehnmal zu sich selbst addirte, d. h. mit 10 multiplicirte. — Setzt man zwey Nullen zur 8, so ergiebt sich die Zahl 800; eine Zahl, die hundertmal größer ist als 8; in der also die 8 hundertmal enthalten ist, also so oft als 1 in 100. Folglich ist 800 = 8 × 100 oder 100 × 8, also 800 gleich dem Producte der 8 mit 100. Hieraus folgt, daß

8. **Eine ganze Zahl mit 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000 u. s. w. vervielfältigt wird, wenn man dieser Zahl zur Rechten eine, zwey, drey, vier, fünf, sechs 2c. Nullen beyfügt.**

9. **Wenn der eine von zwey Factoren durch eine der ersten neun einfachen Ziffern mit rechter Hand ihr beygefügten Nullen ausgedrückt,**

der

der andre Factor aber eine einziffrige Zahl ist: so findet sich das Product, wenn man die beiden einfachen Ziffern mit einander multiplicirt, und an das Product rechter Hand so viel Nullen schreibt, als sich an dem einen der beiden Factoren befinden.

Um z. B. 7000 fl. mit 6 zu multipliciren (6fältig zu nehmen, oder zu versechsfältigen), so erinnere man sich, daß 7000 = 7 × 1000, folglich 7000 × 6 = 7 × 1000 × 6; nun aber ist 7 × 1000 × 6 = 7 × 6 × 1000; 7 × 6 aber = 42; folglich 7 × 6 × 1000 = 42 × 1000 oder 42000. Um also 7000 mit 6 zu multipliciren, so multiplicirt man 7 mit 6, und erhebt das Product zu Tausenden durch Anhängung dreyer Nullen zur Rechten.

10. Zwey Factoren, die beide einfache Ziffern mit angehängten Nullen sind, multiplicirt man, wenn man die einfachen Ziffern (nach Nr. 6.) multiplicirt, und an das Product so viel Nullen hängt, als beiden Factoren zusammen beygefügt sind.

Oder: das Product zweyer einziffrigen Factoren höherer Ordnung ist das Product derselben als Einer, die aber zu einer Ordnung gehören, die der Summe der Ordnungen der beiden Factoren gleichet.

Es ist leicht einzusehen, daß z. B. 7000 × 400000 fl. = 7 . 1000 × 4 . 100000 fl.; folglich = 7 × 4 × 1000 × 100000; (d. h.) = 28. 1000 . 100000; dieses aber = 28 . 100000000 = 2800000000 fl. Oder:

6000000 × 80000 sind gleich 6 . 1000000 × 8 . 10000, = 6 . 8 . 1000000 . 10000, = 48. 1000000 . 10000, = 48 . 10000000000; folglich = 480000000000; oder kurz:

6000000 × 80000 = 480000000000.

Bey

Bey so viel angehängten Nullen wird es eine Erleichterung seyn, die zu multiplicirenden Ziffern ohne Nullen mit beygefügter Zahl derselben (s. I. Abschn. Cap. 2. Nr. 16. Zweyte Aufgabe. IV.), d. h. mit der Ordnungszahl niederzuschreiben, und dem gefundenen Product der einziffrigen Zahlen die Summe von den Ordnungszahlen beider Factoren anzuhängen.

Z. B. $50000000 = 5^7$

$300000 = 3^5$, folglich kann man statt 50000000×300000 setzen:

$5^7 + 3^5 = 15^{12}$, welches $= 15^{7+5}$;

also $= 15$ mit 12 angehängten Nullen, oder 15 in der 12ten Ordnung gedacht; also 15 Billionen. (15″000·000′000·000.)

11. **Eine vielziffrige ganze Zahl durch eine einziffrige zu multipliciren.**

Auflösung. Man schreibe das Multiplicandum nieder, setze unter oder auch neben die Einer desselben den Multiplicator, ziehe unter diesen einen Strich, multiplicire hierauf jedes Glied des Multiplicandums so, daß man von den Einern anfängt, dann zu den Zehnern rc. wie bey der Addition fortgeht, und setzt dann entweder die einzelnen Producte der Einer, Zehner rc. nach der Ordnung derselben im Multiplicandus nach ihrer Bedeutung als Einer, Zehner, Hunderte unter einander, und verwandelt diese nachher in eine Summe; oder man setzt blos die niedrigste Ziffer jedes so erhaltenen einzelnen Products, wenn dieses zweyziffrig ist, in eben die Stelle, worin die multiplicirte Ziffer steht, und die andere Ziffer, welche zu der nächsthöhern, noch nicht multiplicirten Ordnung gehört, behält man im Sinne, d. h. so lange in Gedanken, bis das folgende Product, wozu sie der Ordnung nach gehört, gefunden ist, und zählt sie

zu

zu diesem; das letzte einzelne Product wird alsdann ganz hingeschrieben.

Beyspiel zur ersten Art:

56894 Rthlr.
8 mal

32 = 3 Zehner + 2 Einer.
72 = 7 . 100 + 2 Zehner.
64 = 6 Tausende + 4 Hunderte.
48 = 4 . 10000 + 8 . 1000.
40 = 4 . 100000.

455152 Rthlr.

Beweis. Die erste Zahl des Multiplicandus zur rechten Hand ist ein Einer, und 8mal genommen 32 Einer = 3 Zehner + 2 Einer; die zweyte ist ein Zehner, also das Product 72 Zehner = 7 Hunderte + 2 Zehner; die dritte ein Hunderter, und das Product 64 Hunderter = 6 Tausende + 4 Hunderte ꝛc. Die Summe von allen diesen Producten ist also = 56894 × 8.

Zweyte Art. Addirt man aber, wie oben angegeben ist, bey der Multiplication die Ziffer von der um eine Einheit höhern Ordnung zu der nächsten, so wird dadurch die Multiplication, eben so als die Addition (s. Cap. 2. Nr. 7.), abgekürzt; denn hier legt man gleich die in dem Product der Einer enthaltenen Zehner (in obigem Beyspiel also 3 Zehner) zu dem gefundenen Product der Zehner (hier also zu 72 Z. = 75), die im Product der Zehner enthaltenen Hundert (nemlich 7) zu dem Product der Hunderte (nemlich hier zu 64 Hunderten) u. s. w., wodurch dann obiges Beyspiel folgendes Ansehn erhält:

56894 Rthlr.
8

455152 Rthlr.

An=

Anmerk. Die Abkürzung besteht also darin, daß die Addition der zu einer jeden besondern Ordnung gehörigen Zahlen aller einzelnen Producte schon während der Multiplication der einzelnen Zahlen, und nicht erst (wie in der vorigen Darstellung desselben Beyspiels) nach Vollendung derselben vorgenommen wird. Oder man pflegt hier, so wie in der Addition, die zu einer nächst höhern Ordnung gehörende, aber aus der unmittelbar vorhergehenden Ordnung durch Multiplication oder Addition entsprungene Zahl so lange im Sinne zu behalten, bis das Product oder die Summe dieser höhern Ordnung, zu welcher sie gezählt werden muß, gefunden ist.

In einer wörtlich beschreibenden Darstellung lautet demnach die abgekürzte Multiplication des vorigen Beyspiels so:

a) 8 mal 4 (Einer) = 32 (also 3 Zehner und 2 Einer); ich setze also die 2 (als Einer) unter den Strich in die Stelle der Einer, und behalte 3 (Zehner, also 30) im Sinne. —

b) 8 × 9 (Zehner) = 72 (Zehner), hiezu die im Sinn behaltene 3 ist 75 (Zehner, also 7 Hunderte und 5 Zehner), schreibe demnach die 5 unter die Zehner nieder, und behalte 7 (als Hunderte) im Sinne.

c) 8 × 8 (Hunderte) = 64 (Hundert), dazu 7 (Hundert) = 71 (Hundert, folglich 7100); ich schreibe also 1 unter die Hunderte, und behalte 7 (als Tausende) im Sinne.

d) 8 × 6 (Tausende) = 48 (Tausende) + 7 (Tausend) = 55 (Tausend, folglich 50 oder 5 Zehntausende und 5 Tausend); daher 5 (als Tausende) in die Stelle der Tausende, und 5 (als Zehntausende, also eigentlich 50000) im Sinn.

e) 8 × 5 (Zehntausende, also 8 × 50000) ist 40 (Zehntaus. oder 400000) + die aus der vorigen Ordn. in Gedanken behaltene 5 (als Zehntaus.) ist 45 (nemlich Zehntausende, oder 450000), welche, da keine höhere Ordnung zu multipliciren vorhanden ist, ganz hingeschrieben werden muß.

Man läßt aber beym Multipliciren die Benennungen Einer, Zehner, Hunderte 2c. bey jeder folgenden Ordnung weg, und betrachtet jede Ziffer während der Multiplication als eine einfache, wodurch das Verfahren selbst mehr abgekürzt wird, als es hier der Deutlichkeit wegen geschehen konnte. — Läßt man die in obiger Darstellung eingeschlossenen Erörterungen oder Bestimmungen der Zahlen nach ihrem Werthe weg, so hat man das gewöhnliche Verfahren in der Multiplication.

12. Hängen an dem einen oder auch an beiden Factoren Nullen; so braucht man selbige während dem Multipliciren nicht in Betrachtung zu ziehen; sie müssen aber (nach Nr. 10.) zuletzt an das Product angehängt werden.

Z. B. das Product 369700000 × 7000 findet man kurz auf folgende Weise:

```
  369700000
       7000
-----------------
  2587900000000.
```

Oder, um sich das Uebersehn und Zählen der Nullen zu erleichtern, ziehe man zwischen der Ziffer und den Nullen des Multiplicators (also unter den Nullen des Multiplicandus) einen Queerstrich:

```
  369700000
        7 —— 000
-----------------
  2587900000000.
```

und hänge nun alle diese Nullen dem Product an.

13. Zwey

13. Zwey ganze Zahlen in einander zu multipliciren, die mit mehr als einer Ziffer geschrieben sind.

Auflösung: I. Multiplicand und Multiplicator werden, wie bey der Addition, nach der Ordnung ihrer Ziffern untereinander gesetzt, d. h. die Einer, Zehner ꝛc. des Multiplicators unter die Einer, Zehner ꝛc. des Multiplicands. — Dann multiplicire man nach der vorigen Anweisung das ganze Multiplicandum erst mit der Ziffer der Einer des Multiplicators, und schreibe das Product darunter. — Nun multiplicire man das ganze Multiplicandum mit jeder höhern Ziffer in ihrer Folgeordnung, und setze die Producte gehörig (nemlich nach dem Werth der Ordnungen, wozu die vervielfältigten Ziffern, folglich auch die Producte derselben gehören) unter einander. — Hierauf bringe man alle einzelne Producte in eine Summe: so ist das ganze Product gefunden.

Z. B. 256 rl. soll 36 mal genommen werden.

256
36
―――――

Die 256 soll also erst 30 mal, und dann 6 mal, oder umgekehrt erst 6 mal und dann 30 mal genommen werden. Nehmen wir nun

256
6 mal, so erhalten wir
―――――
1536 als das Product der Einer des Multiplicators mit dem ganzen Multiplicandus.

Nehmen wir ferner

256
30 mal, so ist das Product
―――――
7680. Also ist $36 \times 256 = 1536 + 7680$.

Beide Producte müssen also addirt werden, und geben erst dann das gesuchte Product beider Factoren.

II. Um aber den Multiplicandus nicht doppelt oder unnöthiger Weise so vielmal hinzuschreiben, als der Multiplicator Ziffern einer andern Ordnung enthält, woraus in Ansehung der gefundenen Theilproducte ebenfalls die Unbequemlichkeit des Abschreibens entsteht; so setzt man lieber gleich

256 rl.
36

1536 (= 6 mal 256) Product des Multiplicandus durch die Einer des Multiplicators.
7680 (= 30 mal 256) Prod. des Multiplicandus durch die Zehner des Multiplicators.

9216 rl. (= 6 × 256 und 30 × 256.)

Eben diese Verfahrungsart gilt auch, wenn der Multiplicator aus 3, 4, 5 oder noch mehren Ziffern besteht.

Z. B. 35724 soll mit 2763 multiplicirt werden. Die Rechnung ist folgende:

$$
\begin{array}{r}
35724 \\
2763 \\
\hline
\end{array}
$$

107172 = 3 × 35724 also Prod. des Multiplicandus durch die Einer des Multiplicators.
2143440 = 60 × 35724 — — — Zehner — —
25006800 = 700 × 35724 — — — Hunderte — —
71448000 = 2000 × 35724 — — — Tausende — —

98705412 = 3 × 60 × 700 × und 2000 × 35724; folglich = (3 + 60 + 700 + 2000) × 35724, oder = 2000 + 700 + 60 + 3 × 35724; also = 2763 × 35724, oder umgekehrt = 35724 × 2763.

Also ist 98'705'412 das Product der obigen Factoren.

Anmerk. Der Kürze wegen läßt man aber die rechter Hand des zweyten und folgenden partiellen Products befindlichen Nullen (die wegen der Multiplication der Zehner, Hunderte und Tausende eigentlich angehängt werden müssen) weg, weil sie die Summe nicht ändern, wenn jedes folgende Product nur gehörig eine Stelle weiter gegen die linke Hand eingerückt wird. (Daß aber eins von beiden geschehen muß, sieht man leicht, weil, wenn dem Producte der Zehner, Hunderte rc. keine Nullen angehängt, und die Stellen, welche sie einnehmen müßten, nicht leer gelassen würden, hier gar nicht mit Zehnern, Hunderten rc., sondern blos mit Einern multiplicirt worden wäre.

Die Rechnung ist daher gewöhnlichermaßen folgende:

```
   35724 mit
    2763 mult.
 ---------
  107172
 214344
250068
71448
 ---------
98705412.
```

III. Enthält der eine oder der andre Factor, oder beide zugleich, am Ende Nullen, so müssen diese (nach Nr. 9.) dem Product angehängt werden; ist aber im Multiplicator an der Stelle einer höhern Einheit, vor welcher schon in einer geringern Ordnung eine an und für sich bedeutende Ziffer vorherging, eine Null enthalten; so muß das Partialproduct dieser mit 0 ausgefüllten Stelle ebenfalls 0 seyn. Denn eine Zahl mit 0 multiplicirt giebt Null. Z. B.

```
     834251 mit
       3073 mult.
   ----------
    2502753
   5839757
   000000
 2502753
 ------------
 2563653323.
```

Hier besteht das dritte Partialproduct (das Product der fehlenden Hunderte) aus so viel Nullen, als der Multiplicandus Ziffern enthält. Da aber diese in der Summe nichts ändern, so ist es auch nicht nöthig, sie hinzusetzen; — nur muß man das Product der nächstfolgenden Ziffer (3) des Multiplicators noch um eine Stelle weiter gegen die linke Hand rücken, weil diese Ziffer um 2 Stellen höher als die vorige (nemlich 7) steht,

steht, d. h. weil sie Tausende bedeutet. Die Rechnung würde nun so aussehn:

```
      834251
        3073
   ---------
     2502753
    5839757
   2502753
   ---------
  2563653323.
```

Anmerk. Man kann auch die Stelle des hier fehlenden Products der 0 Hunderte mit einer 0 ausfüllen, und sagen, 0 mal 834251 = 0; oder umgekehrt, 834251 mal 0 = 0. Die 0 muß also die Stelle der Hunderte in die Reihe des Products der Tausende einnehmen, d. h. unter der 0 des Multiplicators gesetzt werden.

IV. Folgten im Multiplicator mehrere Nullen nach einander, so kann man sie aus gleicher Ursache ebenfalls übergehen; nur muß alsdenn das Product, welches die nach den Nullen folgende Ziffer giebt, in seine rechte Ordnung, also um so viel Stellen gegen die linke Hand gerückt werden, als Nullen nach einander folgen. Z. B.

```
     113678904 mit
        200003 mult.
   --------------
     341036712
  227357808
  --------------
  22736121836712.
```

14. Es ist nicht nothwendig, daß man mit der niedrigsten Ziffer des Multiplicators die Multiplication anfange, und nach und nach zu den höhern fortgehe. Es ist genug, wenn man das ganze Multiplicandum mit allen Theilen des Multiplicators multiplicirt, und hiernächst alle einzelne Producte richtig zusammen addirt. Daher kann man auch in umge-

 kehr-

kehrter Ordnung mit der höchsten Ziffer des Multiplicators anfangen, und nach und nach zu der niedrigsten fortgehen; wie in folgendem Exempel:

```
  11326
    423 mult.
 ------
 45304   = 11326 × 400
  22652  = 11326 × 20
   33978 = 11326 × 3
 -------
 4790898.
```

Hier werden also die niedrigsten Ziffern des nächstfolgenden einzelnen Products um eine Stelle weiter gegen die rechte Hand gerückt. — Multiplicirt man dieses Exempel nach Nr. 10., wie folgt:

```
  11326
    423
 -------
   33978
  22652
 45304
 -------
 4790898;
```

und vergleicht beide Ansätze mit einander; so leitet das auf folgende allgemeine Regel:

Man schreibe die niedrigste Ziffer eines jeden einzelnen Products gerade unter die Ziffer des Multiplicators, mit der man eben jetzt multiplicirt; so ergiebt sich die Stelle der übrigen von selbst.

b. Fortgesetzte Anleitung zum Kopfrechnen, oder die unmittelbare Multiplication.

1. Man multiplicire die Zahlen der höhern Ordnungen mit Einern, wie man Einer unter einander multiplicirt (s. das Multiplicirtäfelchen), und gebe dem Product die ihm zukommende Ordnungsbenennung.

Z. B.

Z. B. $3 \times 90 = 270$, oder $3 \times 900 = 2700$. Das heißt: so wie 3 mal 9 Einer 27 Einer sind, so sind auch 3 mal 9zig oder 9 Zehner 27 Zehner. Nun sind 20 Zehner = 200, und 7 Zehner = 70, folglich ist $3 \times 90 = 270$. Ferner: 3×900 sind 27 Hunderte, oder 2 Taus. 7 Hund. (2700.)

2. Eine mehrtheilige oder vielziffrige Zahl wird mit einem Einer multiplicirt, wenn man erst die Zahl der höchsten vorhandenen Ordnung, dann die nächstfolgende oder zehnfach geringere u. s. w. mit dem Einer vervielfältigt, und die Producte gleich während der Multiplication zusammenzählt.

Z. B. 1324 fl. sollen mit 8 multiplicirt werden.

Auflösung. 8×1 Taus. = 8000.
8×3 Hundert = 24 Hundert = 2400.
Diese 2 Taus. zu 8 Taus. = 10 Taus.
Folglich beide Producte = 10400.
8×2 Zehner = 16 Zehner = 160, also mit vorigem 10560.
8×4 Einer = 32 Einer = 3 Zehner + 2 Einer. Diese zu der vorigen Summe addirt, giebt 10592 fl. als das 8fache von 1324 fl.

3. Man multiplicirt eine Zahl mit 10, wenn man die Einer derselben zu Zehnern, die Zehner zu Hunderten und die Hunderte zu Tausenden macht.

Z. B. 10×45. Hier muß 40 zu 400 (denn 10 mal 1 Zehner = 100, also 10×4 Zehner = 400) und die 5 zu 50 gemacht werden, weil $10 \times 5 = 50$ ist. $10 \times 45 = 450$.

4. Eine Zahl wird mit 100 multiplicirt, wenn man die Einer zu Hunderten, die Zehner zu Tausenden, und die Hunderte zu Zehntausenden erhebt.

Z. B. 100 × 34? Antw. 100 × 30 oder 30 × 100 = 30 Hund. oder 3000; 100 × 4 = 400. Folglich ist das Hundertfache von 34 = 3400.

100 × 345? Antw. 300 wird zu 30000; 40 zu 4000, und 5 zu 500. 30000 und 4000 = 34000; dazu 500 = 34500.

5. Oder eine Zahl wird mit Zehnern, Hunderten, Tausenden ꝛc. multiplicirt, wenn man letztere anfänglich als bloße Einer betrachtet, und den gefundenen Producten nach Beschaffenheit der Multiplicatoren einen 10-, 100- oder 1000fach höhern Werth giebt.

Z. B. 20 × 34. 20 gilt also als 2 (nämlich Zehner), 2 . 34 = 68; 68 Zehner aber = 680.

Oder: 300 × 56. 3 × 56 = 168. Die 3 bedeutet 3 Hunderte, also sind die 168 auch Hunderte; folglich 16800.

Anmerk. Man nimmt zwar, wie schon oben erwähnt worden, sowol im Ziffer- als im Kopfrechnen, immer den kleinsten Factor zum Multiplicator; aber hier wird bey dem Ausdruck klein nicht immer an die bestimmte Größe der Zahl durch Einheiten; — sondern überhaupt an den Factor gedacht, mit dem man leichter und schneller multipliciren kann. Von dieser Art sind alle Zehner, wenn sie nicht mit Einern, alle Hunderte, wenn sie nicht mit Zehnern und Einern, und alle Tausende, wenn sie nicht mit Zahlen anderer Ordnungen verbunden sind. (Im schriftlichen Rechnen also, alle Zahlen, welche die wenigsten an und für sich geltenden Ziffern haben.)

6. Wenn der Multiplicandus um 1 kleiner ist, als 20, 30 ꝛc., so multiplicire man anfangs den um 1 größern Multiplicand, und ziehe vom Product den Multiplicator ab.

Z. B.

Z. B. 7×59. $59 = 60 - 1$. $7 \times 60 = 420$. (Hierin ist 1 siebenmal zuviel.) $420 - 7 = 413$.

7. Wenn der Multiplicand um 1, 2 bis 9 kleiner ist, als 200, 300 ꝛc., so kann man sich denselben Vortheil machen.

Z. B. 6×292. 292 ist 300 weniger 8. $6 \times 300 = 1800$. Hierin ist 6 mal 8 oder 48 zuviel. $1800 - 48 = 1752$.

8. Um eine Zahl mit 9 zu multipliciren, vervielfältige man sie erst mit 10, und ziehe vom Product den einmal zuviel genommenen Multiplicand.

Z. B. 9×34. $10 \times 34 = 340 - 34 = 306$.

9. Oder ist der Multiplicator um 1 kleiner als 10, 20, 30, 40 ꝛc., so multiplicire man mit der um 1 größern Zahl, und ziehe den Multiplicand einmal vom Producte ab, weil er einmal zuviel darin enthalten ist.

Z. B. 39×64. $40 \times 64 = 2560$. Hierin steckt aber 1 mal 64 zuviel; folglich 64 weniger als $2560 = 2496$.

10. Um eine Zahl 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 mal zu nehmen, nimmt man sie erst 10, und das zu kleine Product noch 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 oder 9 mal. Eben so eine Zahl, die mit 200, 300 oder 400 multiplicirt werden soll, erst 100, und dann das Product noch 2, 3 oder 4 mal. (Oder umgekehrt, wie in Nr. 5. ꝛc. gezeigt worden.)

Wir können uns hier überhaupt die Regel merken: Soll eine Zahl mit einer andern multiplicirt werden, die durch Multiplication zweyer Zahlen entstanden ist: so kann man jene Zahl erst mit einer von diesen Zahlen, oder mit dem einen

Factor, und dann das Product mit der andern Zahl oder mit dem andern Factor multipliciren.

Um z. B. 24. 42 mal zu nehmen, multiplicirt man erst 24 mit 7, kömmt 168; dies 6 mal zu kleine Product, wieder mit 6 multiplicirt, giebt 1008. (Eine weitere Erörterung dieser Regel folgt litt. c. Nr. 1. und 2.)

11. Eine mehrtheilige Zahl wird durch eine andre mehrtheilige multiplicirt, wenn man den einen Factor mit dem andern nach der Folgeordnung der in beiden enthaltenen Einheiten vom höchsten bis zum niedrigsten vervielfältigt, und die gefundenen Theilproducte gleich während der Multiplication zusammenzählt.

Z. B. Es hat jemand 83 Jahre gelebt, wie viel Tage sind es, das Jahr zu 365 Tage gerechnet?

Auflösung. Hier sollen also 83 ⋊ 365 Tage genommen werden. Wir nehmen

a) 80 ⋊ 300 = 8 ⋊ 10 ⋊ 300. Nun sind 10 ⋊ 300 = 3000, und 8 ⋊ 3000 = 24000, oder 8 ⋊ 300 = 2400, und 10 ⋊ 2400 = 24000, also 80 ⋊ 300 Tage = 24000 Tage.

b) 80 ⋊ 60 = 8 ⋊ 10 ⋊ 60 oder 6 ⋊ 10 ⋊ 80. 10 ⋊ 80 = 800, und 6 ⋊ 800 = 4800. Diese zu 24000 = 28800.

c) 80 ⋊ 5 = 8 . 10 . 5, oder 5 ⋊ 80 = 400. Diese zu 28800 = 29200. Jetzt sind die 365 Tage 80 mal genommen; müssen also noch 3 mal genommen werden.

d) 3 ⋊ 300 = 900. Obige 29200 + 900 = 30100.

e) 3 ⋊ 60 = 180. Obige 30100 + 180 = 30280.

f) 3 ⋊ 5 = 15. Obige 30280 + 15 = 30295. Also sind 83 ⋊ 365 Tage = 30295 Tage.

An=

Anmerk. Statt dieser 6maligen besondern Multiplication findet im schriftlichen Rechnen nur eine 2malige Statt. Aber wir müssen hier erinnern, daß das Kopfrechnen nicht das schriftliche Rechnen entbehrlich machen, sondern blos zu einer deutlichern Einsicht in die Natur einer jeden Rechnungsart verhelfen, und beym ersten Unterricht Vorbereitung zum schriftlichen und abgekürzten Rechnen seyn soll.

c. Vortheile und Abkürzungsregeln für die schriftliche Multiplication.

1. Wenn ein Multiplicator aus zwey Ziffern besteht, und sich solche durch's Einmal Eins in einziffrige zerfällen lassen; so ist es in vielen Fällen bequemer, erst mit einem dieser einfachen Zahlen oder Ziffern, und dann das kommende Factum mit der andern zu multipliciren, wodurch das Addiren der Theilproducte erspart wird. Man nennt dieses Verfahren, den Multiplicator in seine Factoren, oder in diejenigen ganzen Zahlen zerfällen, aus deren Multiplication er entstanden ist.

Z. B. 24 zerfällt in 4 und 6, denn 4 . 6 = 24. Will ich nun wissen, wie viel ggl. 1370 Rthlr. sind; so nehme ich erst 4 × 1370 = 5480, und diese 5480 noch 6 mal, so ist das Product gefunden. Eben so kann man auch 24 in 3 . 8 zerfällen, und die obige Zahl erst mit 3, und dann das Factum mit 8 multipliciren.

2. Wenn ein Multiplicator um Eins mehr ist, als die auf diese Weise zerfällte Zahl, so setzt man bey der letzten Zerfällung (beym letzten Factor) + 1, und zählt zugleich beym Multipliciren mit der letzten Zahl den Multiplicandus (weil er noch einmal mehr genommen werden soll) zum Producte.

Z. B.

z. B. Wenn in einer Stadt täglich 29 Menschen sterben, wie viele sterben daselbst im ganzen Jahre?

29 zerfällt in $7 \times 4 + 1$. Die Rechnung ist also folgende:

$$\begin{array}{r} 365 \text{ Tage} \\ 7 \\ \hline 2555 \\ 4+1 \\ \hline 10220. \\ 365 \\ \hline \end{array}$$

Dazu addire (365)

giebt 10585 Menschen.

Man kann zum letzten Product gleich während dem Multipliciren die 365 hinzuzählen — und also gleich sagen: $4 \times 5 = 20 + 5 = 25$; $4 \cdot 5 = 20 + 2$ (von 25) $+ 6 = 28$; $4 \cdot 5 = 20 + 2$ (von 28) $+ 3 = 25$; und $4 \cdot 2 = 8 + 2$ (von 25) $= 10$.

Anmerk. 1. Ist aber der Multiplicator um 2 oder 3 größer als die beiden Factoren, worin der Multiplicator zerlegt wird, so muß nach der Multiplication mit den beiden Factoren der Multiplicandus noch 2 oder 3 mal genommen, und zum Producte gezählt werden.

2. Daß diese beiden Abkürzungsregeln auch beym Kopfrechnen angewandt werden, ist bereits gezeigt worden.

3. Die Zerfällung ist jedoch beym schriftlichen Rechnen nicht immer eine Abkürzung; denn in dem vorigen Beyspiele ist es leichter, gleich mit 29, statt mit $7 \times 4 + 1$ zu multipliciren.

3. Wenn ein Multiplicator am Anfang oder Ende eine 1 ist, oder auch, wenn die 1 zwischen andern Ziffern steht, so setzt man den Multiplicator zur rechten

ten Hand neben den Multiplicand — und zieht unter diesem keinen Strich, sondern zählt solchen als ein Zwischen- oder Theilproduct den übrigen Theilproducten zu. Man muß aber wohl darauf merken, daß der Multiplicand in der Stelle zugezählt wird, in welcher die 1 im Multiplicator steht; man zählt daher, falls die Eins nicht am Ende steht, wie viele Ziffern sie hinter sich hat, und macht hinter dem Multiplicandus eben so viele Puncte, welche andeuten, daß das Untersetzen des ersten Theilproducts um so viel Stellen zurück angefangen werden muß.

a) Gesetzt, es habe ein Fürst 16 Regimenter Soldaten; jedes koste jährlich 65948 Rthlr: wie viel also alle Regimenter?

```
 6 5 9 4 8 . × 16
 3 9 5 6 8 8
―――――――――――――
1'0 5 5'1 6 8 Rthlr.
```

b) Wie viel würden 31 Regimenter nach der vorigen Aufgabe kosten?

```
 6 5 9 4 8 × 31
1 9 7 8 4 4
―――――――――――――
2'0 4 4'3 8 8 Rthlr.
```

c) 894 Centner, wie viel Pfund? (den Centner zu 108 ℔.)

```
894 . . × 108
 7152
――――――
96552 ℔.
```

d) Wie groß ist das 1007fache von 654?

```
 6 5 4 . . . × 1007
 + 4 5 7 8
―――――――――――――
= 6 5 8 5 7 8.
```

e) Oder das 10009fache von 888?

```
 8 8 8 . . . . × 10009
 +   7 9 9 2
―――――――――――――
= 8 8 8 7 9 9 2.
```

An-

Anmerk. Will man aber mit Zahlen, welche noch über 100 oder 1000 zwey bedeutende Ziffern haben, auf gleiche Weise multipliciren, so muß man das sogenannte große Einmal Eins (z. B. 11 ⨯ 6; 11 ⨯ 7; 11 ⨯ 8 ꝛc. und 12 ⨯ 12; 12 ⨯ 13 ꝛc.) auswendig lernen, und dann mit zweyziffrigen Zahlen auf einmal multipliciren.

Z. B. 456 ⨯ 1012. Hier nehme man gleich 12 ⨯ 6; 12 ⨯ 5 und 12 ⨯ 4, wie folgt:

456 . . . ⨯ 1012
5472
= 461472

4. a) Wenn man mit 11 multipliciren will, darf man nur alle einfache Ziffern von 2 bis 9 doppelt setzen, so ist die Multiplication verrichtet.

b) Soll aber eine zweyziffrige Zahl, deren Ziffersumme nicht 9 übersteigt, mit 11 vermehrt werden, so setzt man die Ziffern der gegebenen Zahl so weit von einander, daß noch eine Ziffer dazwischen geschrieben werden kann, alsdann addirt man beide Ziffern, und setzt die Summe derselben zwischen die zwey Ziffern, so ist das Product gefunden.

c) Machen aber die zwey addirten Ziffern mehr als 9, so setzt man nur den Einer aus dieser Ziffernsumme dazwischen, den Zehner aber zählt man zur Ziffer linker Hand, streicht diesen durch, und setzt die Summe von beiden statt dieser ausgestrichenen Ziffer.

Z. B. Folgende gegebene Anzahl Louisd'ore betragen in Gulden? (Den Ld'or zu 11 fl. gerechnet.)

Erster

Erster Fall.

Ld'or		fl.
2		= 22
3		= 33
4		= 44
5	× 11	= 55
6		= 66
7		= 77
8		= 88
9		= 99

Zweyter Fall.

Ld'or		fl.
10		= 110
21		= 231
32		= 352
43	× 11	= 473
54		= 594
63		= 693
72		= 792
81		= 891

Dritter Fall.

Ld'or		fl.
28		= 308
46		= 506
64		= 704
75	× 11	= 825
86		= 946
99		= 1089
87		= 957
58		= 638

5. Will man größere Zahlen mit 11, 111, 1111 rc. multipliciren, so darf man nur den Multiplicand so oft um eine Stelle zur Rechten oder zur Linken aus- oder eingerückt unter einander hinschreiben, als die Ziffer 1 im Multiplicator (nemlich als Einer, Zehner rc.) vorhanden ist, und dann diese Theilproducte addiren.

Z. B. 246842 × 11 oder: 246842 × 11

```
246842 × 11          246842 × 11
 246842              246842
―――――――――         ――――――――――
= 2715262          = 2715262
```

So auch: 456 × 111 oder: 456 × 111

456	456
456	456
= 50616	= 50616

6. Eine sehr sinnreiche, aber ohne große Fertigkeit im Multipliciren nicht leicht und schnell anzuwendende Abkürzungsart für vielziffrige Factoren, ist das Multipliciren mit allen Ziffern des Multiplicators, ohne die Theilproducte besonders zu suchen und unter einander zu ordnen; wodurch also die besondere Addition derselben erspart, oder vielmehr in die Multiplication selbst eingeschaltet wird. Man verfährt dabey auf folgende Art:

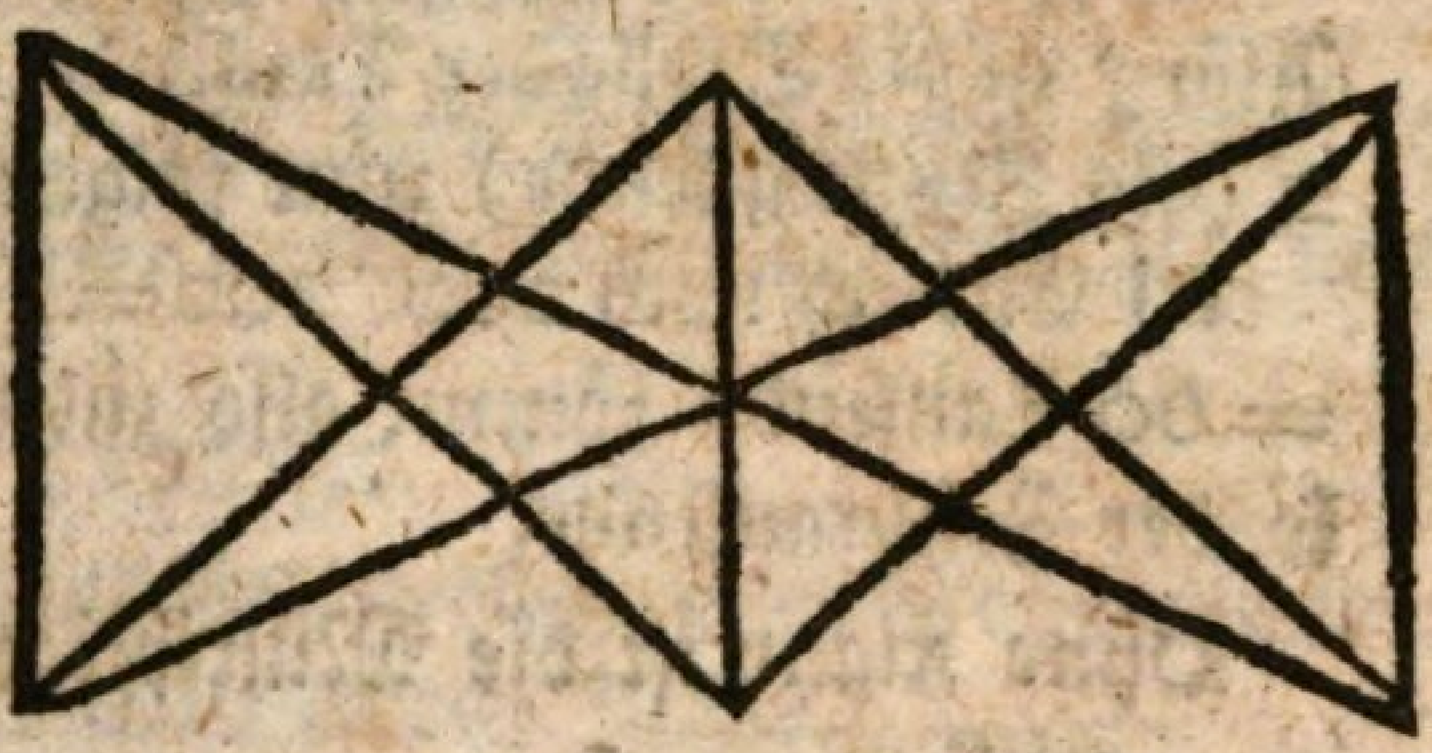
Multiplicire erst den Einer des Multiplicands mit dem Einer des Multiplicators; und schreibe die Einer des Products in die Stelle der Einer unter einen Strich. Multiplicire dann mit dem vorigen Einer den Zehner des Multiplicands, und mit dem Zehner des Multiplicators den Einer des Multiplicands, addire beide als Producte der Zehner, und zu ihrer Summe den in Gedanken behaltenen Zehner vom Product der Einer, und schreibe die letzte Zahl dieses gefundenen Products in die Stelle der Zehner; multiplicire dann mit dem vorigen Einer die Hunderte des Multiplicands, die Zehner desselben mit den Zehnern des Multiplicators, und die Einer des Multiplicands mit den Hunderten des Multiplicators; zähle auch diese Producte mit der im Sinn behaltenen Zahl gleich während der Multiplication zusammen, und schreibe die letzte Zahl des Products in die Stelle der Hunderte; fahre auf diese Weise fort, alle Producte, die in die nächsthöhern Ordnungen gehören, aufzusuchen, und das ganze Product ist gefunden.

Fol-

Folgendes Beyspiel, nebst der beygefügten Figur, welche die Richtung der Multiplication aller Ziffern mit und unter einander anzeigt, wird diese Operation noch deutlicher machen:

234 Rthlr., wie viel Pfennige? (Ein Thlr. ist 288 pf.)

2 8 8



2 3 4

6 7 3 9 2

Diese Linien deuten an, daß z. B. die 8 in der Stelle der Einer erst mit der darunter stehenden 4, dann der 3 in die Stelle der Zehner, und dann der 2 in die Stelle der Hunderte multiplicirt werden soll; eben so sollen auch die übrigen Ziffern mit allen den Ziffern multiplicirt werden, welche am Ende der bis zu ihnen gezogenen Linien stehen. Die Operation selbst zeigt folgende

Erläuterung. a) $4 \times 8 = 32$. Also 2 Einer und 3 Zehner. Die 2 wird im Product als Einer gesetzt, und die 3 (Zehner) im Sinn behalten, und dem folgenden Product zugezählt.

b) $4 \cdot 8 = 32$ Zehner + 3 Zehner = 35; dazu noch 3×8 (eigentlich $30 \cdot 8$) = 24 Zehner, also überhaupt 59 Zehner. Kömmt also 9 als Zehner in die 2te Stelle des Products, und 5 (als Hunderte) wird im Sinn behalten.

c) 4 . 2 (Hund.) = 8 + 5 = 13 (Hunderte) und 3 . 8 (eigentlich 30 . 80) = 24 (Hunderte) + 13 Hund. = 37 Hund. und 2 Hund. × 8 = 16 Hund. + 37 Hund. = 53 Hunderte; setze also 3 in die Stelle der Hunderte im Product, und behalte die 5 als Tausende bis zum folgenden Product in Gedanken.

d) 30 × 200 u. 80 × 200 + 5000 = 27000. Also 7 in die Stelle der Tausende im Product, und 2 (als Zehntausende) zum folgenden Product.

e) Endlich noch 200 . 200 = 40000 + 20000 = 60 Tausend; kömmt also zuletzt 6 in die Stelle der Zehntausende.

Ohne Figur ist die Multiplication folgende:

```
 288 pf.
 234
------
67392 pf.
```

Anmerk. Noch einige andre Abkürzungsregeln, welche aber schon Fertigkeit im Subtrahiren und Dividiren voraussetzen, werden am Schlusse des 5ten Capitels, als Zusätze zu der hier vorgetragenen abgekürzten Multiplication, vorkommen.

d. Beyspiele zur Uebung.

1. Wie viel Thlr. betragen 2485 Ducaten? (Einen Duc. zu 3 Thlr. gerechnet.)
(Antw. 7455 Thlr.)

2. Wie viel betragen 256 Louisd'or, einen zu 5 Thlr. gerechnet?
(Antw. 1280 Thlr.)

3. Großbritannien hat 10345978 Pfund Sterling jährliche Einkünfte; wie viel Rthlr. also? (Ein Pfund Sterl. à 6 Rthlr. gerechnet.)
(Antw. 62075868 Thlr.)

4. Ein

4. Ein erwachsener Mensch hat ohngefähr 25 Pfund Blut, wie viel sind es Unzen? (Ein Pfund hat 12 Unzen.)

(Antw. 300 Unzen)

5. In Berlin sterben täglich gegen 13 Menschen, wie viel also in einem Jahre oder in 365 Tagen?

(Antw. 4745 Menschen.)

6. Ein Kriegsschiff von 60 Kanonen kostet ohngefähr 86592 Thlr.: wie viel werden 36 solcher Schiffe kosten?

(Antw. 3′117‧312 Thlr.)

7. In Amsterdam sterben täglich ohngefähr 25 Menschen; wie viel in einem Jahre?

(Antw. 9125 M.)

8. In Wien sterben täglich ohngefähr 29 Personen: wie viel also jährlich?

(Antw. 10585 Menschen.)

9. Wie viel Sechser (Sechspfennigstücke) gehören zu 6872 Thlr.? (Zu einem Thlr. gehören 48.)

(Antw. 329856 Sechser.)

10. Wie viel durchlebte Stunden zählt ein Greis von 79 Jahren?

(Antw. 692514 Stunden.)

11. Der letzte König in Frankreich hatte täglich 246579 Thlr. einzunehmen; wie viel also im ganzen Jahre?

(Antw. 90′001‧335 Thlr.)

12. Ein Garten ist 54 Ruthen lang und 18 Ruthen breit; wie viel gevierte Ruthen enthält er?

(Antw. 972 □ R.)

13. Zur Belegung eines Daches werden in der Länge 136, und in der Breite 64 Ziegel erfordert: wie viel also überhaupt?

(Antw. 8704 Ziegel.)

14. In einer Papiermühle verfertigt man jährlich 2674 Ries Papier; wie viel Bücher? (Ein Ries hat 20 Buch.)

(Antw. 53480 Buch.)

15. Aus America kommen jährlich gegen 2953 Zimmer Biberfelle nach Europa; wie viele einzelne Stück also? (Ein Zimmer ist 40 Stück.)

(Antw. 118120 Stück.)

16. Aus wie vielen Secunden besteht ein Tag? (Der Tag hat 1440 Minuten, und die Minute 60 Secunden.)

(Antw. 86400 Sec.)

17. Wie viel Minuten hat ein Jahr? (Es hat 8766 Stunden, und eine St. 60 Min.)

(Antw. 525960 Min.)

18. Wie viel betragen die Kosten von 70 Kauffartheyschiffen, wenn eins 45678 Rthlr. kostet?

(Antw. 3'197'460 Rthlr.)

19. Die große Glocke in Erfurt wiegt 276 Centner; wie viel sind dies Pfunde?

(Antw. 30360 ℔.)

20. Die große Glocke in Wien wiegt 373 Centner; wie viel Pfund?

(Antw. 41030 ℔.)

21. Wie viel gemeine Pfunde gehören zu 1250 Schiffpfund? (Ein Schiffpfund ist 300 gem. ℔.)

(Antw. 375000 ℔.)

22. Es sterben täglich auf der Erde ohngefähr 82000 Menschen; wie viel also jährlich?

(Antw. 29'930'000 Menschen.)

23. Es werden täglich gegen 98400 Menschen gebohren; wie viel also jährlich?

(Antw. 35'916000 M.)

24. Wie viel Pfund trägt ein Schiff, das 236 Tonnen geladen hat? (Man rechnet die Tonne zu 2000 Pfund.)
(Antw. 472000 Pfund.)

25. Ein Schiff hat 128 Last geladen; eine Last hat 4000 Pfund; wie viel einzelne Pfund also?
(Antw. 512000 Pfund.)

26. Der Puls schlägt bey erwachsenen Menschen in einer Minute ohngefähr 70 mal; wie vielmal in einer Stunde?
(Antw. 4200 mal.)

27. In einem Tage?
(Antw. 100800 mal.)

28. In einem Jahre?
(Antw. 36792000 mal.)

29. Wie viel Pulsschläge kämen also auf ein Alter von 70 Jahren, wenn sich die Geschwindigkeit des Pulses gleich bliebe?
(Antw. 2·575′440·000 mal.)

30. Ein Fürst hat 7 Aemter, in jedem Amte sind 16 Dörfer, in jedem Dorfe wohnen 50 Bauern, jeder Bauer giebt jährlich 20 Rthlr. Steuern; wie viel hat der Fürst jährlich an Steuern einzunehmen?
(Antw. 112000 Rthlr.)

31. Wie viel Steine gehören zu einer Mauer, die 50 Steine lang, 30 Steine hoch und 3 Steine breit aufgeführt werden soll?
(Antw. 4500 St.)

32. Ein Landmann will seine Scheune mit Ziegeln decken lassen; er braucht auf einer Seite in die Höhe 86, in die Länge 130; wie viel also auf beiden Seiten?
(Antw. 22360 Ziegel.)

33. Nach Bode legt die Erdkugel bey der Fortrückung in ihrer jährlichen Bahn um die Sonne in einer Stunde 14700 deutsche Meilen zurück; wie groß ist also die Bahn, die sie in einem Jahre vollendet? (Das Jahr zu 365 Tagen und 6 Stunden gerechnet.)

(Antw. 128'860·200 Meilen.

Anmerk. Eigentlich wird der Umfang der Erdbahn zu 126 Millionen Meilen — also in dieser Aufgabe etwas zu groß angenommen.

34. Wie viele □ M. beträgt die Oberfläche oder der Flächeninhalt der ganzen Erde? Ihr größter Umfang beträgt 5400 und ihr Durchmesser 1720 Meilen.

(Antw. 9'288·000 M.)

Anmerk. Wer auch den Körperinhalt der ganzen Erdkugel in Cubikmeilen berechnen will, darf nur den Flächeninhalt mit dem 6ten Theil des Durchmessers multipliciren.

35. Ein Englisches Kriegsschiff, welches 100 Kanonen führt, ist 163 Fuß lang, 44 F. breit, nnd 20 F. tief. Wie viel Fuß beträgt sein ganzer Inhalt?

(Antw. 143440 Fuß.)

36. Die Churmark Brandenburg soll 434 □ Ml. enthalten. Büsching nimmt auf eine dieser Meilen 1717 Menschen an; wie viele Einwohner hat also die Churmark?

(Antw. 745178.)

37. A. fragte B., wie viel griechische Soldaten waren vor Troja aufgezogen? B. antwortete, die Griechen hatten damals 7 Küchen, in jeder Küche waren 50 Bratspieße, das Fleisch an jedem Bratspieße sättigte 900 Mann; und nun kannst du dir durch eine leichte Berechnung deine Frage selbst beantworten.

(Antw. 315000 Mann.)

Vier-

Viertes Capitel.

Subtraction gleichbenannter Zahlen.

a. Anweisung zum schriftlichen Subtrahiren.

1. Man muß, um mit größerer Fertigkeit subtrahiren zu können, geübt seyn, sowol den Unterschied zwischen zwey einziffrigen Zahlen, als auch zwischen einer jeden zwey- und einziffrigen Zahl, schnell in Gedanken zu finden.

So muß man z. B. gleich wissen, daß der Unterschied zwischen 4 und 9, 5; zwischen 9 und 19, 10; zwischen 5 und 11, 6 ist ꝛc.

2. Unter den zum Subtrahiren gegebenen Zahlen wird die größere Zahl oder der Minuendus oben; und die kleinere, davon abzuziehende Zahl, oder der Subtrahendus, unter derselben, und zwar so wie bey der Addition nach dem Werth ihrer Ordnungen, also Einer unter Einer, Zehner unter Zehner gesetzt; und nachdem man einen Strich zur Absonderung des Restes gezogen, wird die kleinere Zahl von der größern, und zwar werden erst die Einer der kleinern von den Einern der größern, dann eben so die Zehner, Hunderte ꝛc. von einander abgezogen.

3. Wenn in der kleinern Zahl jede einfache Ziffer auch kleiner ist, als die darüber stehende Ziffer der größern Zahl, so zählt man blos die kleinere Ziffer von der größern ab, und setzt den Rest oder Unterschied in die gehörige Stelle.

Z. B. Es sollen von 8256 Thlr.
3134 - ausgegeben werden.

So ist der Unterschied 5122 Thlr.; denn 4 von 6 Einern bleiben 2 Einer, 3 von 5 Zehnern bleiben 2 Zehner, 1 von 2 Hund. bleibt 1 Hund. und 3 von 8 Taus. bleibt 5 Tausend.

4. Wenn aber unter den Ziffern des Subtrahendus eine oder einige größer sind, als die darüber stehenden Ziffern des Minuendus, so entlehnt man, um sie von der obern abziehen zu können, eine Einheit von der folgenden höhern Ordnung im Minuendus, und zählt diese mit zu der kleinern Zahl, von welcher der Abzug geschehen soll; wobey man jedoch die geborgte Einheit als Einheit von einer höhern Ordnung ansehen, und beym Abziehen in der folgenden Stelle diejenige Ziffer, von welcher die Einheit entlehnt wurde, als um 1 verringert ansehen muß.

Z. B. Von 3687213 soll abgezogen werden
1992612

bleibt 1694601.

Man sagt: 2 von 3 bleibt 1; 1 von 1, 0; 6 von 2 (geht nicht), also 6 von 12 (borgt also eine Einheit von der folgenden Ziffer, nemlich der 7, welche dadurch um 1 verringert wird) bleibt 6; 2 von 6 (nicht 7, denn von der 7 ist 1 (eigentlich 10 Hundert) geborgt, und zu der vorigen 2 (nemlich 200) gezählt worden) bleibt 4; 9 von 18 bleibt 9 (hier ist wieder eine höhere Einheit geborgt); 9 von 15 (abermals eine höhere Einheit geborgt) bleibt 6, und 1 von 2 (denn die 3 ist um 1 verringert worden) bleibt 1.

So lange man im Rechnen noch nicht sehr geübt ist, kann man die Verringerung einer Ziffer durch das Borgen mit einem Puncte über die verringerte Ziffer andeuten, wodurch man an die geschehene Verringerung beym folgenden Abzug erinnert wird. Z. B.

Von $2\dot{7}190$ Rthlr. sind zu bezahlen
3557 —

Rest 23633 Rthlr.

Hier

Hier muß 7 von 10 abgezogen werden; denn von 0 ist kein Abzug möglich; folglich bleibt die folgende Zahl nicht 90, sondern 80; 5 kann von 1 (oder eigentlich 500 von 100) eben so wenig abgezogen werden, daher wird eine Einheit von 7 (oder eigentlich von 7000, 1000) geborgt, folglich wird die 7 um Eins verringert.

5. Wenn diejenige Ziffer, von der man borgen will, eine Null ist, so macht man neben oder über derselben einen Punct, und geht zur folgenden gültigen Zahl. Diese theilt der 0 eine Einheit mit, wodurch sie also zu einer Zehn wird. Diese 10 giebt nun eins an die vorhergehende Ziffer ab, und wird nun 9. Der Deutlichkeit wegen kann man auch die 9 oben über die 0 schreiben. Ein Beyspiel wird dies deutlicher machen.

.9
Von 306 Menschen
sterben 178; wie viel bleiben übrig?

Antw. 128.

Hier heißt es: 8 von 6 geht nicht; die 0 kann nichts abgeben, also zur 3. Nun bekommt die Null 10 (denn 100 ist 10 Zehner); sie giebt der 6 eins ab, und bleibt nun noch 9 (nemlich 9 Zehner oder 90); die 6 ist nun zu 16 geworden, 8 subtrahirt, bleiben 8; 7 von 9 bleiben 2, und 1 von 2 (zweyhundert) bleibt 1.

Eben so verfährt man auch, wenn mehrere Nullen neben einander stehen. Man borgt bey allen, bis man an die gültige Zahl kömmt. Eine Einheit von dieser macht die 0 in der ersten 10fach geringern Ordnung zu 10; diese giebt eins an die folgende Ordnung ab, und wird 9 rc.

$$\begin{array}{l} {}^{3}9991{}^{0} \\ \text{Z. B. von } 40000 \text{ Thlr. werden ausgegeben} \\ \underline{23456} \text{ — wie viel bleiben übrig?} \end{array}$$

Antw. 16544 Thlr.

Daß die letzte 0 nothwendig 10 bedeuten muß, bedarf, da von ihr nichts mehr geborgt wird, wol keiner Erinnerung.

b. Fortgesetzte Anleitung zum Kopfrechnen, oder die unmittelbare Subtraction.

1. Es ist eben so leicht, Zehner von Zehnern, Hunderte von Hunderten, Tausende von Tausenden ꝛc., als Einer von Einern abzuziehen.

So z. B. 400 von 700 bleiben 300; denn 4 von 7 bleibt 3.

Oder: 4000 Thlr. von 9000 Rthlr. bleiben 5000 Rthlr; denn 4 von 9 bleibt 5.

2. Einer von einem Zehner oder von 10 abgezogen, bleiben Einer; Zehner von Hundert (oder 100), bleiben Zehner; Hunderte von Tausend, oder 1000, bleiben Hunderte; Tausende von 10tausend, bleiben Tausende ꝛc. Z. B.

7 von 10 bleiben 3.

70 von 100 bleiben 30, oder 7zig von 10zig bleiben 3zig.

700 von 1000 bleiben 300, oder 7 Hund. von 10 Hund. bleiben 3 Hundert.

7000 von 10 000 bleiben 3000, oder 7 Taus. von 10 Taus. bleiben 3 Tausend.

3. Einer von mehrern Zehnern, bleiben Zehner und Einer; Zehner von Hunderten bleiben Hunderte und Zehner; Hunderte von Tausenden bleiben Tausende und Hunderte ꝛc, wobey die Zehner, Hunderte, Tausende ꝛc. jedesmal um eine Einheit ihrer Ordnung, d. h. um 10, 100, 1000 ꝛc. verringert werden.

Z. B.

Z. B. 3 von 50 bleiben 47.
30 von 500 bleiben 470, oder 3 zig von 50 zig bleibt 47 zig.
300 von 5000 bleiben 4700, oder 3 Hundert von 50 Hund. bleibt 47 Hundert.

4. Sollen Einer von Zehnern, die mit Einern verbunden sind, abgezogen werden, so kann man sie entweder von den Zehnern oder auch von den damit verbundenen Einern abziehen. Im erstern Fall müssen die Einer, die mit den Zehnern eine verbundene Zahl ausmachen, zum Rest addirt werden. Z. B. 3 von 22 (3 von 20 = 17 + 2 = 19.) Der zweyte Fall ist nur dann anzuwenden, wenn die Zahl der abzuziehenden Einer kleiner ist, als die Zahl der mit den Zehnern verbundenen Einer. Z. B. 3 von 25 (3 von 5 = 2, folglich 22.)

5. Eben so werden auch Zehner von Hunderten, die mit Zehnern, und Hunderte von Tausenden, die mit Hunderten verbunden sind, abgezogen.

Z. B. 70 von 390 (7 zig von 9 zig bleibt 2 zig; folglich) 320.
70 von 350 (70 von 300 bleibt 230 + 50 =) 280.
oder: 700 von 3900 (7 Hund. von 900 = 200; folglich) 3200.
700 von 3500 (7 Hundert von 30 Hundert = 23 Hund. oder 2300 + 500 =) 2800.

6. Mit Hülfe dieser Sätze ist es leicht, verbundene oder mehrtheilige Zahlen von andern verbundenen Zahlen abzuziehen. Die Hauptregel heißt:

Ziehe erst die höhern, und dann die folgenden 10fach geringern Ordnungen von einander ab.

Z. B.

Z. B. von 3689 sollen 2533 subtrahirt werden.

2 Taus. von 3 Taus.	bleibt	1000	folglich 1156.
5 Hund. — 6 Hund.	—	100	
3 zig — 8 zig	—	50	
und 3 Einer — 9 Einern	—	6	

7. Bestehen die abzuziehenden geringern Ordnungen aus größern Zahlen, als die Ordnungen, von welchen der Abzug geschehen soll; so werden sie von dem erhaltenen Rest der höhern Ordnungen abgezogen, und die Einheiten, von welchen der Abzug geschehen sollte, dem neuen Reste zugezählt.

Z. B. von 4253 Thlr. sollen 2568 Thlr. abgezogen werden.

a) 2000 von 4000 bleiben 2000 (oder 20 Hunderte).

b) 5 Hundert von 20 Hund. (dem vorigen Rest) bleiben 15 Hund. + 2 Hund. = 1700.

c) 6 zig von 170 zig (voriger Rest) bleiben 164 zig + 5 zig = 1690.

d) 8 Einer von 90 (Zehner des vorigen Restes) bleiben 82, also 1682 + 3 = 1685 Thlr.

c. Vortheile.

1. Beym Subtrahiren der mehrtheiligen oder verbundenen Zahlen ist es in vielen Fällen vortheilhafter oder leichter, die neben den Zehnern befindlichen Einer als einen Zehner, oder die neben den Hunderten befindlichen Zehner als ein volles Hundert anzusehen, und also mehr abzuziehen als geschehen sollte, wobey man sich aber den (Cap. 1. litt. d. Nr. 29.) vorgetragenen Grundsatz merken muß.

Anwendung. Bloße Zehner, Hunderte ꝛc. lassen sich leichter abziehen, als eine mehrtheilige Zahl. Anstatt einer Zahl, die um 1, 2, 3, 4, auch allenfalls um 5, kleiner ist, als 20, 30 ꝛc. 90, 100,

200

200 ꝛc. ziehe man daher die gleich folgenden Zehner, Hunderte ꝛc. ab, und addire dann zu dem Reste so viel, als man zu viel abgezogen hat.

Z. B. a) von 87 sollen 69 abgezogen werden. Anstatt 69 ziehe man ab 70, von 87 bleiben 17, hierzu 1 addirt, giebt 18.

b) Von 36 fl. werden 28 fl. ausgegeben, wie viel bleibt? Anstatt 28 ziehe man ab 30 von 36, bleiben 6 fl. (30 ist aber um 2 größer als 28, also muß man zu 6 fl. noch 2 addiren) folglich 8 fl.

c) Von 386 subtrahirt 297. Anstatt 297 subtrahirt man 300 von 386, bleiben 86; hierzu die zuviel abgezogene 3, giebt 89.

2. Da der Rest zwischen 2 Zahlen derselbe bleiben muß, wenn sie beide um eine Einheit größer angenommen werden; so kann man beym Borgen in der schriftlichen Subtraction die um eine Einheit verringerte Zahl auch als nicht verringert ansehen, wenn man sich die davon abzuziehende Zahl um Eins vermehrt denkt. Z. B.

T. H. M. T.

von 3 9 4 2 3 1 0 7·8 9·5 sind abzuziehn
6 7 3 2 1 9 3 9 7 6

3 2 6 9 0 9 1 3 9 1 9.

Anstatt hier 7 Zehner von 8 Zehnern abzuziehn, lasse man die obere Zahl in ihrem Werth, und vermehre die untere um 1; also 8 Zehner von 9 Zehnern = 1 Zehner. Eben so bey den Tausenden; statt 3 T. von 6 T. nehme man 4 T. von 7 T. bleibt 3 Tausend. Ferner bey den Hunderttausenden, statt 1 von 0, und dann (nachdem eine Million in Hunderttausende verwandelt worden) 1 von 10, subtrahire man 2 von 1, also nach Auswechselung einer Million

in

in Hunderttaus. 2 von 11, bleiben 9; und so bey den Millionen, 3 von 3 = 0; bey den Hunderten der Millionen, 8 von 14 = 6; und bey den Tausenden der Millionen, 7 von 9 = 2. (Die Erfahrung lehrt, daß diese Art abzuziehn zwar nicht kürzer, doch leichter und bequemer sey, als die, welche in der vorigen Anweisung zur schriftlichen Subtraction (a. Nr. 4. und 5.) gelehrt worden.)

d. Beyspiele.

1. Von Straßburg bis Petersburg sind ungefähr 400 Meilen. Königsberg liegt auf diesem Wege 150 Meilen von Petersburg, wie weit ist also Königsberg von Straßburg?

2. Alles, was jährlich an inländischen und fremden Waaren aus England geführt wird, beträgt ungefähr 6587000 Pfund Sterling; hingegen alles, was eingeführt wird, etwa 4674950 Pf. Sterling; wie viel übertrifft die Ausfuhr die Einfuhr?
(Antw. 1'912'050 Pf. Sterl.)

3. Christoph Columbus entdeckte im J. 1492 America; wie viel Jahre sind bereits nach dieser Entdeckung verflossen?

4. Im Jahr 1586 brachte Franz Drake aus Amerika die ersten Kartoffeln nach Europa; wie lange sind sie also in unserm Erdtheile bekannt?

5. Nach Deutschland kamen sie erst im J. 1650; wie lange sind sie also in Deutschland bekannt?

6. 1520 kam die erste Chocolade durch einen Spanier aus Mexico nach Europa; wie lange kennen die Europäer dies Getränk?

7. Im Jahr 276 wurde der Weinbau in Deutschland zuerst eingeführt; seit wie viel Jahren wird also schon Wein in unserm Vaterlande gebaut?

8. Im

8. Im Jahr 1299 erfand ein Mönch, Barthold Schwarz, das Schießpulver; wie lange ist es also bekannt?

9. Der Straßburger Münster-Thurm (Domkirche) ist 489 Schuh hoch, und der Hamburger Michaelis-Thurm 445 Schuh; wie viel ist also jener höher?

10. In London sind zur nächtlichen Erleuchtung 15000 Laternen; in Berlin 2354; in Cassel 1013; in Göttingen 400; in Paris 6233; in Venedig 3000, und in Wien 3000: wie viel sind in London mehr als in einer jeden von den übrigen Städten?

11. Im Jahr 1783 erfanden Stephan und Joseph von Montgolfier die aerostatische Maschine; wie viel Jahre sind seitdem verflossen?

12. Die Buchdruckerkunst wurde zu Maynz im Jahre 1440 durch Erfindung der beweglichen Buchstaben vervollkommnet; seit wie viel Jahren also?

13. Im Jahr 1690 erfand Denner, ein Flötenmacher zu Nürnberg, die Clarinette; wie lange ist dies Instrument bekannt?

14. Das Drathziehen ist von einem Nürnberger, Namens Rudolph, im Jahr 1440 erfunden worden; wie lange ist diese Kunst bekannt?

15. Seit wie lange wird von Fayence gespeist? Es wurde 1296 zu Faenza in Welschland erfunden.

16. Seit wie viel Jahren sind die Gradirhäuser bey Salzwerken bekannt? Matthäus Meht, ein Arzt in Langensalza, hat die ersten im Jahr 1599 angegeben, und zu Kötschau im Merseburgischen angelegt.

17. Der erste Caffee kam 1644 nach Marseille; wie lange ist dies Getränk in Europa bekannt?

18. Seit wie lange bedienen wir uns der reitenden und fahrenden Posten? Sie sind im J. 1641 durch Lamoral von Taxis in dem deutschen Reiche errichtet worden.

Fünftes Capitel.

Division gleichbenannter Zahlen.

a. Anleitung zur schriftlichen Division.

1. Beym Dividiren (Theilen) sind vorläufig folgende Fälle zu erwägen:

a) Divisor und Dividend sind entweder beide einziffrige, d. h. primitive Zahlen;

b) oder einer von beiden ist eine mehrziffrige, d. h. eine Zahl, welche Einheiten aus mehrern Ordnungen enthält;

c) oder beide sind vielziffrige Zahlen.

2. In jedem dieser Fälle ist entweder

a) der Divisor größer als der Dividendus;

b) oder der Dividendus größer als der Divisor.

3. Findet das Erstere statt, so ist der Divisor nicht ein- oder einigemal ganz, sondern nur zum Theil in dem Dividendus enthalten.

Z. B. 4 Kinder sollen sich in 2 Aepfel theilen. Hier kann, wenn der Antheil eines Kindes dem Antheil der übrigen gleich seyn soll, auf keinen ein ganzer Apfel kommen, sondern die Aepfel müssen so getheilt werden, daß ein Kind den vierten Theil ($\frac{1}{4}$) von den 2 Aepfeln bekömmt. Der vierte Theil von einem Apfel ist $\frac{1}{4}$ von 2 Aepfeln, also $\frac{2}{4}$. Folglich bekömmt jedes Kind $\frac{2}{4}$ Apfel. (Denn, nehmen wir diese $\frac{2}{4}$, 4mal, so bekommen wir $\frac{8}{4}$, oder, da $\frac{4}{4}$ ein Ganzes machen, 2 ganze Aepfel.)

An-

Anmerk. Hieraus ergiebt sich der Ursprung der Brüche, welche in der Lehre von der Division nicht füglich übergangen werden können; wie aus dem Folgenden noch deutlicher erhellen wird.

4. In diesem Falle entsteht also jedesmal ein Bruch, dessen Zähler der Dividendus, und dessen Nenner der Divisor ist.

Z. B. Wie oft ist 8 in 4 enthalten, oder wie groß ist der 8te Theil von 4? Antw. $\frac{4}{8}$.

Hier wird die 4 zum Zähler, und die 8 zum Nenner gemacht. Denn das Ganze soll in 8 Theile getheilt werden, folglich wird jede Einheit zu Achtel ($\frac{1}{8}$) gemacht. Eine Einheit hat 8 Achtel, 4 Einheiten also 32 Achtel. Von diesen 32 Achteln ist der 8te Theil 4 Achtel ($\frac{4}{8}$). 8 ist also in 4 enthalten $\frac{4}{8}$ mal, oder der 8te Theil von 4 ist $\frac{4}{8}$.

Anmerk. Die ganze Division ist demnach vollendet, wenn man den Divisor unter den Dividendus setzt, zwischen beiden einen Queerstrich zieht, und beide Zahlen als einen Bruch oder als den gesuchten Quotienten betrachtet.

5. Eben dies gilt auch von zwey mehrziffrigen Zahlen, wovon die größere der Divisor ist.

Z. B. 24 steckt in 12? Antw. $\frac{12}{24}$ mal.
26 — — 15? — $\frac{15}{26}$ mal.

Denn gesetzt, es sollen sich 26 Personen in 15 fl. theilen; so muß jede von einem fl. den 26sten Theil, folglich von 15 fl. 15 solcher 26 Theile ($\frac{15}{26}$) erhalten.

Anmerk. 1. Hieraus folgt, daß man jeden Quotienten als einen Bruch betrachten kann, dessen Zähler das Dividendum, und dessen Nenner der Divisor ist.

2. Ist nemlich das Dividendum kleiner als der Divisor, so ist der Quotient ein ächter Bruch; ein unächter aber, wenn das Dividendum größer als der Divisor ist, z. B. $\frac{11}{4}$, $\frac{9}{3}$.

3. Jeder Bruch ist also ein Quotient, der zum Dividendo den Zähler, und zum Divisor den Nenner hat.

4. Jedes unächten Bruchs Zähler ist entweder selbst eine ganze Zahl, oder er enthält eine ganze Zahl mit einem ächten Bruche, welche also beide zusammen eine vermischte Zahl ausmachen. Z. B. $\frac{11}{3} = 11:3 = (9+2):3 = 3+\frac{2}{3}$, oder $3\frac{2}{3}$. Denn 3 steckt in 9, 3mal, und in 2, $\frac{2}{3}$mal.

6. Ist aber der Dividendus größer als der Divisor, so ist er entweder einmal ganz, und ein- oder einigemal zum Theil, oder er ist mehrere male ganz, und oft auch noch zum Theil darin enthalten.

Z. B. 5 ist in 6 ein- und noch ein fünftel mal ($1\frac{1}{5}$) enthalten; denn wenn 5 Personen sich in 6 Rthlr. theilen, so bekömmt jede einen ganzen Thaler, und von dem noch übrigen 6ten Thaler erhält jede den fünften Theil.

Oder: 4 ist in 9 zwey- und $\frac{1}{4}$mal enthalten; denn 2×4 ist 8. Es bleibt also noch 1, welche der Rest genannt wird, und der vierte Theil von 1 ist $\frac{1}{4}$.

Anmerk. 1. Wenn bey der Division einer kleinern Zahl in einer größern kein Rest bleibt, oder, welches einerley ist, kein Bruch entsteht; so sagt man: der Divisor geht im Dividendo auf, d. h. er ist einigemal ganz darin enthalten. Z. B. 2 steckt in 4 zweymal; 2 geht also in 4 auf.

2. Wenn

2. Wenn aber ein Rest bleibt, so muß dieser jedesmal als ein Bruch betrachtet werden, dessen Zähler der Rest selbst, und dessen Nenner der Divisor ist. Z. B. 2 steckt in 5 zwar auch, wie in 4, zweymal; aber wenn 2 aus 5 zweymal weggenommen ist, so bleibt noch eins. Also ein Rest, von dem der Quotient nur $\frac{1}{2}$ seyn kann.

7. Um zwey primitive Einheiten, von welchen der Dividend die größere ist, zu dividiren, bedarf es zwar keines schriftlichen Ansatzes, weil man durch Hülfe des Einmal Eins, welches beym Dividiren unentbehrlich ist, leicht den Quotienten in Gedanken findet; doch wollen wir diese hier zuerst nehmen, um daran die Verschiedenheit, welche bey dem Ansatze oder in der Anordnung der zum Dividiren gegebenen Zahlen im gemeinen Leben stattfindet, zu zeigen. Diese Verschiedenheit, welche oft Anfängern Schwierigkeit verursacht, betrifft nicht das Dividiren selbst, sondern nur die äußere Form des Dividirens.

Z. B. 2 steckt in 8?

a) Hier setzt man entweder, wie in den vorigen Beyspielen, den Divisor unter den Dividendus, jedoch ohne Queerstrich,

also 8
2 (d. h. 2 in 8.)

zieht zur Rechten einen Perpendiculär-Strich, und setzt hinter diesen den Quotienten.

8 | 4. das heißt, 2 steckt in 8, 4mal.
2 |

b) Oder man setze den Divisor dem Dividendus zur Linken, und zwischen beiden das Divisionszeichen (:), ziehe dann eine Linie unter den Di-

 viden-

videndus, und schreibe unter dieser den Quotienten.

Also 2 : $\frac{8}{4.}$

c) Oder ziehe statt der Horizontal-Linie dem Dividendus zur Rechten eine Perpendiculär-Linie, und setze den Quotienten hinter dieser:

also 2 : 8 | 4.

d) Oder man setze den Divisor etwas erhöht über oder neben den senkrechten Strich;

| | 2
also 8 | 4

8. Um mit einer einziffrigen Zahl in einer mehrziffrigen zu dividiren, wähle man einen der obigen Ansätze, und dividire zuerst in die Einheiten der höchsten Ordnungen, und dann in die nächst folgenden Ordnungen, so daß der Quotient der Einer zuletzt gesucht werde.

Beyspiel: 735 soll mit 3 dividirt werden, (oder es soll der 3te Theil von 735 gesucht, oder berechnet werden, wie oft 3 in 735 steckt.)

	Divisor.	Dividend.	Quotient.
a)	3 :	735	245.
		6	(Product von 2 × 3)
b)		13	
		12	(Product von 4 × 3)
c)		15	
		15	(Product von 5 × 3)
		00.	

Erläuterung. a) Mit dem Divisor 3 dividirt man in die erste Zahl des Dividendus linker Hand, in 7, und sagt: 3 in 7 zweymal. Diese 2 kommt als Quotient hinter den Strich. — Um

Um nun zu wissen, ob man den Quotienten zu groß oder zu klein angenommen habe, multiplicire man den Divisor mit dem Quotienten, und sage: 2 mal 3 ist 6; diese 6 setze man unter die 7, ziehe darunter einen Strich, und subtrahire die 6 von der 7. 6 von 7 bleibt Eins; folglich ist er nicht zu klein angenommen: denn, wäre das, so müßten wenigstens 3 übrig bleiben; oder wäre der Quotient zu groß, so müßte das Product des Quotienten und Divisors wenigstens um Eins größer seyn, als 7.

b) Zu der restirenden 1 setze man die zweyte Zahl des Dividendus, nemlich die 3, in ihre Stelle (nemlich als Zehner) herunter, und sage: 3 steckt in 13, 4 mal. Diese 4 wird also die 2te Zahl im Quotienten. Die Multiplication zeigt nun wieder, ob es der rechte Quotient sey; man multiplicire also 3 (als Divisor) mit 4 = 12. Diese 12 kommt unter die 13, wird von ihr abgezogen, und der Rest (1) abermals unter einen Strich gesetzt.

c) Zu dieser Eins wird nun die 5 als die letzte Zahl des Dividendus (in die Stelle der Einer) hinabgesetzt, und abermals wie vorher dividirt. 3 steckt in 15, 5 mal. Die 5 kommt wieder in den Quotienten. $3 \times 5 = 15$. Diese 15 unter die erstere 15 gesetzt und abgezogen, bleibt nichts übrig. Folglich ist 3 in 735 gerade 245 mal enthalten.

Nähere Erörterung und Gründe dieser Verfahrungsart.

In der obigen Division sind die einzelnen Ziffern des Dividendus nach dem Werthe, den der Divisor hat, also als Einer, und so auch die Ziffern des Quotienten betrachtet, wobey man auch ganz richtig rech-

rechnet, weil nur blos die Benennungen, Hunderte, Zehner und Einer, bis nach vollendeter Division weggeblieben sind. Im Grunde aber nimmt man doch

a) die 3 das erstemal in 700; folglich gilt die 2 im Quotienten 200. Man könnte also gleich sagen: 3 ist in 700 enthalten 200 mal. Man könnte also gleich sagen: 3 ist in 700 enthalten 200 mal. Man läßt aber die Ordnungsbenennung Hundert weg, weil die 2 im Quotienten durch die weitere Division doch den Werth von 200 bekömmt, indem ja noch zwey Ziffern hinter der 2 zu stehen kommen; 3 × 200 ist aber 600; folglich bleibt noch 100 übrig.

b) Eben so dividirt man mit der 3 das zweytemal eigentlich in Zehner. Denn das von 700 übrig gebliebene 100 wird mit den Zehnern des Dividendus in Verbindung gebracht, und die 13 bedeuten also 13 Zehner. 3 steckt in 13 Zehnern 4 mal oder eigentlich 4 Zehner mal. Folglich gilt die 4 im Quotienten 40. Weil aber 3 × 4 = 12, oder 3 × 40 = 120, also 12 Zehner ist; so bleibt noch 1 Zehner übrig.

c) Dieser giebt in Verbindung mit den Einern 15 Einer, worin die 3 noch 5 mal enthalten ist.

Obige Aufgabe würde also nach dieser Erörterung so darzustellen seyn:

```
a)  3 : 735 | 200 ⎫
        600 |     ⎪
       ———— |     ⎪
b)  3 : 130 |  40 ⎬ addirt
        120 |     ⎪
       ———— |     ⎪
c)  3 :  15 |   5 ⎭
         15 | ————
       ———— | 245.
          0 |
```

Wollte

Wollte man das Dividiren weitläuftig machen, und die Division der Hunderte erst ganz vollenden, ehe man zu den Zehnern übergienge, so müßte man eigentlich sagen: 3 in 700 = 233 mal (denn 3 : 600 = 200; 3 : 100 = 33) bleibt Eins (nemlich ein Einer) übrig. Ferner: 3 in 30 = 10 mal, und 3 : 5 = 1 mal, bleibt 2; dazu der von den Hunderten übrig gebliebene Einer, macht 3, worin also der Divisor noch 1 mal steckt. Addirt man nun

```
233 ┐
 10 ├ so giebt die Summe
  1 │
  1 ┘
───
245 den Quotienten von 3:735.
```

9. Die Ursache, warum man von der linken zur rechten Hand dividirt, da bey den andern Rechnungsarten von der Rechten zur Linken gerechnet wurde, ist blos Ersparung der Weitläufigkeit. Denn man kann auch, wie folgende Darstellung zeigt, von der rechten Hand oder bey den Einern anfangen.

Wie oft steckt 3 in 795?

```
     │  3
 795 │
   3 │  1 ┐
 ─── │    │
  92 │    │
  90 │ 30 ├ addirt
 ─── │    │
 702 │    │
 702 │234 ┘
 ─── │───
 000 │265 der Quotient.
```

10. Wenn der Divisor größer ist, als die erste Zahl des Dividendus, so nehme man die beiden ersten Zahlen des Dividendus (ziehe also, wenn die erste

Zahl Hunderte bedeutet, diese gleich mit zu den Zehnern), und dividire in beide zugleich. Z. B.

$$\begin{array}{r|l} 7:245 & 35. \\ 21 & \\ \hline 35 & \\ 35 & \\ \hline 00 & \end{array}$$

Anmerk. Wenn im Dividendus eine 0 folgt, oder eine Zahl, die kleiner ist, als der Divisor, so zieht man zwar die 0 oder die kleinere Zahl herunter, setzt aber in beiden Fällen auch im Quotienten 0. Z. B.

$$\begin{array}{r|l} & \overset{3}{\smile} \\ 6018 & 2006. \\ 6 & \\ \hline 018 & \end{array}$$

Hier sage ich: 3 in 6 (nemlich Tausend) 2 mal; $2 \times 3 = 6$; 6 von 6 bleibt 0 (welche man aber der Kürze wegen, und weil sie gar keine Bedeutung bekömmt, nicht unter den Strich setzt); ziehe dann die Null des Dividendus hinunter; 3 in 0, Null mal, setze also diese 0 in die Stelle der Hunderte des Quotienten. Die 1 (als Zehner) im Dividendus hinunter; 3 in 1 Null mal, also 0 Zehner im Quotienten, 0 (Zehner) von 1 bleibt 1; die 8 hinunter; $3 : 18 = 6$.

11. Ist der Divisor eine Zahl von einer höhern Ordnung, welche aber keine Einheiten aus niedern Ordnungen enthält, also eine einfache Ziffer mit beygefügten Nullen, und zwar kleiner als das Dividendum (denn für einen Divisor, welcher größer ist als der Dividendus, ergiebt sich der Quotient, wie oben Nr. 3—5. gezeigt worden); so schneide man durch einen Strich vom Dividendo von der Rechten nach

der

der Linken zu so viel Ziffern ab, als der Divisor Nullen hat. (Oder mit andern Worten: man mache den Divisor in Gedanken zu einem Einer, und gebe der ersten Ziffer des Dividendus, welche mit dem Divisor in gleicher Ordnung steht, durch das Abschneiden der übrigen Ziffern zur Linken denselben Werth.) Die Ziffern linker Hand des Strichs geben den Quotienten in einer ganzen Zahl, und die zur Rechten geben den Zähler des anzuhängenden Bruchs, dessen Nenner der ganze Divisor ist.

Z. B. 96785 durch 1000 zu dividiren.

1000 : 96|785|96.

785 Rest.

Der völlige Quotient ist also $96\frac{785}{1000}$; denn wenn die Tausend des Divisors als ein Einer betrachtet werden; so sind auch die Tausende im Dividendus als Einer, folglich die 6 Tausend als 6 Einer anzusehen; man dividirt also mit 1 in 96, und in 96 ist 1 enthalten 96 mal. (Oder will man den Werth der Ziffern nicht herabsetzen, so sage man: 1000 steckt in 96000, 96 mal.) Nun sind aber noch 785 übrig, welche ebenfalls durch 1000 getheilt werden sollen; folglich ist der Quotient $96\frac{785}{1000}$.

Folgende Zergliederung zeigt die Entstehung dieses Quotienten noch kürzer:

$96785 : 1000 = (96000 + 785) : 1000$; dieses aber gleich $96000 : 1000 + 785 : 1000 = 96 + \frac{785}{1000} = 96\frac{785}{1000}$.

Ferner: 100000 in 78523678 zu dividiren:

1000000 : 78|523678|$78\frac{523678}{1000000}$.

Anmerk. Wenn der Divisor, so wie hier, nur eine 1 ist, so ist es nicht nöthig, den Quotienten noch besonders hinter oder unter einen Strich zu setzen; sondern es ist genug, den Rest, welchen eigentlich, wie schon vorhin bemerkt ist, die

Nul-

Nullen geben, abzustreichen, und dann die Ziffern zur Linken als die ganze Zahl des Quotienten, und zur Rechten als Zähler des Bruchs im Quotienten anzusehen. Z. B.

100 : 54 | 43.

Hier ist mit dem Ansatz auch die Division vollendet, und der Quotient gefunden; er heißt:

$54\frac{43}{100}$.

Diese Abkürzung findet aber nur statt, wenn der Divisor 1 ist.

Ferner: 200 in 8897.

200 : 88 | 97, also ist der Quotient:

$44\frac{97}{200}$.

Anmerk. Bleibt nach der Division in die Ziffern zur Linken (welche den Quotienten in einer ganzen Zahl geben) noch ein Rest, so muß dieser mit zum Zähler des Bruchs, also zu den abgeschnittenen Ziffern zur Rechten, gezählt werden.

Z. B. 200 in 8963.

200 : 89 | 63 | $44\frac{163}{200}$ (über der 89: 1)

Hier steckt 2 in 89 zwar 44 mal, aber es bleibt 1 übrig; diese Eins restirt aber von 900, gilt also 100; 200 steckt in 100, ($\frac{100}{200}$), und in 63, ($\frac{63}{100}$), oder zusammengenommen, in 163, $\frac{163}{200}$ mal.

12. Sind Divisor und Dividendus zusammengesetzte Ziffern, so bekommt man den Quotienten auf folgende Art:

a) Der Ansatz bleibt wie bisher.

b) Man untersucht zuerst, ob so viel der höchsten Ziffern des Dividendums, als der Divisor allein enthält, eine Zahl ausmachen, die größer oder kleiner ist, als der Divisor.

Z. B.

Z. B. 43:9476. Hier ist der Divisor kleiner, als die beiden ersten Ziffern des Dividendums. ($43 < 94$.)

Oder: 43:1876. Hier findet man das Gegentheil; denn $43 > 18$.

c) Im ersten Falle untersuche man, wie oft des Divisors höchste Ziffer in der des Dividendums enthalten sey; im zweyten Falle aber, wie oft jene höchste Ziffer in den zwey ersten oder höchsten Ziffern des Dividendums stecke.

Z. B. 43:9476. Hier steckt 4 (die höchste Ziffer des Divisors) 2 mal ganz in 9 (der höchsten Ziffer des Dividendums); daher kann 43 gleich in 94 genommen werden.

Oder: 43:1676. Hier ist die 4 nicht in 1, wohl aber in 16 ganz, und zwar 4 mal, enthalten; daher kann 43 nicht in 16, sondern sie muß in 167 genommen werden.

d) Die so gefundene Zahl nehme man für die erste Ziffer des Quotienten an.

e) Man untersuche nun, ob diese Ziffer für den zu suchenden Quotienten auch wirklich die erste Ziffer bleiben könne; denn daß sie nicht zu klein sey, kann man zwar an dem Product, welches diese Ziffer mit der ersten Ziffer des Divisors giebt, sehen; aber sie kann demohngeachtet noch zu groß angenommen seyn. Daher multiplicire man sie mit dem ganzen Divisor; schreibe das Product nieder, und ziehe es von dem Theile des Dividendus, den man zuerst zu nehmen hat, ab.

Hier zeigt sich nun, ob die angenommene Ziffer die richtige sey; denn, ist das Product größer, als die Zahl, welche die auf einmal zu nehmenden Ziffern des Dividendums zusammen geben, so

muß

muß man die Ziffer (im Quotienten) so lange um Eins kleiner machen, bis das Product gleich oder kleiner wird, als die gedachte Zahl im Dividend.

(So ist in dem obigen letztern Beyspiele (litt. c.) die erste Ziffer des Quotienten zu groß angenommen. Denn 43 ist in 167 nicht (wie 4 in 16) 4 mal enthalten; weil $43 \times 4 = 172$; 172 kann aber nicht ganz von 167 abgezogen werden; folglich ist 43 nicht 4 mal in 167 enthalten. Man nehme daher die um 1 geringere 3; $3 \times 43 = 129$, und ziehe diese Zahl ab von 167.)

f) Ist auf diese Weise die erste Ziffer im Quotienten gefunden, und das gefundene Product abgezogen, so merke man (wie bey der Division der vorigen Beyspiele) den Rest unter einem Horizontalstrich an, setze die folgende Ziffer des Dividendums zum Rest, und verfahre wie vorhin.

g) Ist die Zahl, welche herauskommt, nachdem die folgende Ziffer des Dividendums schon zum Reste geschrieben worden ist, kleiner als der Divisor, so kommt in die Stelle des Quotienten eine Null, und man setzt gleich die nächst folgende Ziffer des Dividendums zum Rest.

h) Dies Verfahren wiederhole man so oft, bis alle Ziffern des Dividendums heruntergesetzt sind.

Bleibt zuletzt ein Rest, so muß derselbe kleiner seyn als der Divisor.

Bey=

Beyspiele und Erläuterungen.

I. Die Zahl 38 in 15352 zu dividiren.

```
38 : 15352 | 404
     152   |
     ----
       152
       152
     ----
         0.
```

Hier ist der Divisor zweyziffrig. Die höchsten beiden Ziffern des Dividendums (15) sind kleiner als 38: daher untersucht man, wie oft des Divisors höchste Ziffer 3 in 15 steckt. Man sieht, daß sie 5 mal darin enthalten ist. Allein 5 kann nicht zum Quotienten für 38 : 153 gemacht werden, weil $38 \times 5 > 153$. Man nimmt daher 4, und findet, daß $38 \times 4 = 152 <$ als 153 ist. Nun setze man dies Product unter 153, zieht es davon ab, und erhält zum Reste 1; setzt dazu 5, so kommt 15, welche durch 38 dividirt werden soll; aber 15 enthält die 38 kein ganzes mal; daher sagt man: 38 in 15 habe ich 0 mal, schreibt im Quotienten 0, und nimmt zum Rest (15) die letzte Ziffer des Dividendums (2) herab; dividirt nun 152 mit 38, da man dann 4 erhält, welche man zur Rechten der 0 (in die Stelle der Einer) in den Quotienten schreibt. Da $38 \times 4 = 152$; so bleibt kein Rest, oder 38 geht in 15352 auf.

II. Die

II. Die Zahl 11366784 durch 3456 zu dividiren.

```
3456 : 11366784 | 3289
       10368    | (= 3456 × 3.)
       ------
        9987
        6912      (= 3456 × 2.)
       ------
        30758
        27648     (= 3456 × 8.)
       ------
         31104
         31104    (= 3456 × 9.)
       ------
             0.
```

III. 26 Personen sollen sich in 11908 fl. theilen; es bekömmt jede?

```
26 : 11908 | 458
  a) 104   | (= 26 × 4.)
    -----
     150
  b) 130     (= 26 × 5.)
    -----
      208
  c)  208    (= 26 × 8.)
    -----
       0.
```

Anmerk. Diese Beyspiele zeigen deutlich, daß durch die Division der Dividendus in verschiedene Posten aufgelöst wird, die zusammengenommen dem Dividendus gleich sind. In dem letztern Beyspiele wird 26 erst in 119, oder eigentlich in 119 Hundert genommen, worin es 400 mal enthalten ist. 400 × 26 = 104 Hunderte; diese geben also den mit a bezeichneten Posten 104 Hund. von 119 Hund. bleibt 15 Hundert, worin 26, 50 mal enthalten ist; 50 × 26 = 13 Hundert, also den Posten 6 von 15 Hund. abgezogen, bleibt 2 Hundert; zu diesem Reste vom Dividendus kömmt noch die 8 = 208, worin

worin 26, 8 mal enthalten ist; denn $8 \times 26 = 208$, also der Posten c; folglich ist hier der Dividendus während der Division zerlegt in

$$\left.\begin{array}{r}10400\\1300\\208\end{array}\right\}$$ welche zusammen dem ganzen Dividendus

$11908 =$ sind.

b. Anleitung zur unmittelbaren Division.

1. Zehner, Hunderte, Tausende werden durch Einer eben so, wie Einer durch Einer getheilt.

Z. B. 4 Personen sollen sich in 800 Thlr. theilen. Hier kömmt also auf jeden der 4te Theil. Der 4te Theil von $8 = 2$, also von $800 = 200$.

2. Zehner durch Einer dividirt, geben entweder Einer oder Zehner zum Quotienten. Z. B.

$3 : 10 = 3\frac{1}{3}$.

$3 : 20 = 6\frac{2}{3}$.

$3 : 30 = 10$.

$3 : 40 = 13\frac{1}{3}$.

$3 : 50 = 16\frac{2}{3}$.

$3 : 60 = 20$.

$3 : 90 = 30$.

d. h. 3 ist in 10, 20, 30 rc. enthalten $3\frac{1}{3}$, $6\frac{2}{3}$, 10 mal rc.; oder der 3te Theil von 10 ist $3\frac{1}{3}$, von $20 = 6\frac{2}{3}$; von $30 = 10$. rc.

(Anmerk. In Ansehung der hier vorkommenden Brüche gilt das, was oben litt. a. Nr. 3 — 6 gesagt worden.)

3. Hunderte durch Einer dividirt, geben entweder Zehner oder Hunderte zum Quotienten.

Z. B. der 3te Theil von 200 ist $66\frac{2}{3}$.

— — — — 300 100.

— — — — 600 200.

4. Eben so geben Tausende durch Einer dividirt, entweder Hunderte oder Tausende 2c.

5. Hunderte durch Zehner dividirt, geben entweder Einer oder Zehner.

Z. B. 40:200 = 5. und 40:800 = 20.

6. Tausende durch Zehner geben entweder Zehner oder Hunderte.

Z. B. 40:2000 = 50, und 40:8000 = 200.

7. Eben so geben Zehntausende durch Zehner, Hunderte oder Tausende zum Quotienten.

8. Tausende durch Hunderte geben Einer oder Zehner; Zehntausende durch Hunderte — Zehner oder Hunderte; Hunderttausende aber, Hunderte oder Tausende zum Quotienten. Z. B.

400 : 2000 = 5; 400 : 8000 = 20.
400 : 20000 = 50; 400 : 80000 = 200.
400 : 200000 = 500; 400 : 800000 = 2000.

9. Alle diese Sätze bestätigen den Hauptsatz: Bey unverändertem Divisor wird der Quotient so vielmal größer oder kleiner, so vielmal das Dividendum größer oder kleiner angenommen wird.

In dem obigen Beyspiele (s. Nr. 8.) wurde der Quotient 10mal größer, weil der Dividendus zehnfach größer genommen wurde.

10. Wenn aber das Dividendum einerley bleibt, so wird der Quotient so vielmal größer, als der Divisor kleiner; und umgekehrt, der Quotient so vielmal kleiner, als der Divisor größer genommen wird, wie folgendes Beyspiel zeigt:

4:12

$4 : 12 = 3.$
$2 : 12 = 6.$
$1 : 12 = 12.$
$\frac{1}{2} : 12 = 24.$
$\frac{1}{4} : 12 = 48.$ u. s. w.

Hier wird der Quotient 2 mal größer, weil bey gleichem Dividendus der Divisor 2 mal kleiner wird.

($\frac{1}{2}$ ist in einem Ganzen 2 mal, folglich in 12 Ganzen 24 mal; eben so $\frac{1}{4}$ in einem Ganzen 4 mal, folglich in 12 Ganzen 12×4 mal oder 48 mal enthalten.)

11. Die Anwendung obiger Sätze und Regeln auf die Division mehrtheiliger Zahlen ist keiner Schwierigkeit unterworfen. Die Hauptregel ist oben Cap. 2. litt. b. Nr. 7. angegeben, und wird durch folgende Beyspiele und Regeln noch näher erläutert werden.

I. Division mehrtheiliger Zahlen durch Einer.

1) Wie oft steckt 2 in 46?
$2 : 40 = 20$, und $2 : 6 = 3$ mal; also 46, 23 mal.

2) Wie groß ist die Hälfte von 486?
Die Hälfte von 400 ist 200; von 80, 40; und von 6, 3: also ist der Quotient 243.

3) Wie groß ist die Hälfte von 56?
Da die Hälfte von 5 Zehnern nicht lauter ganze Zehner sind, so nehme man erst die Hälfte von 4 Zehnern oder $40 = 20$. Das übrige Zehen zu den 6 Einern $= 16$; die Hälfte von 16 ist 8: also $20 + 8 = 28$. Oder: die Hälfte von 50 ist 25; die Hälfte von $6 = 3$: also ist der Quotient $= 25 + 3$.

4) Wie vielmal ist 2 in 334 enthalten?

2:200 = 100 mal. Das übrige Hundert zu den 3 Zehnern genommen, giebt 13 Zehner, oder 12 + 1 Zehner; 2:12 Zehner = 60 mal. Das übrige Zehn zu 4 genommen, macht 14; 2:14 = 7 mal: der Quotient also 167.

Oder: 2:300 = 150 mal; in 30, 15 mal; und in 4, 2 mal: der Quotient also (150 + 15 + 2) = 167.

5) Wie groß ist der dritte Theil von 576?

500 = 300 + 200. Das 3tel von 300 = 100. Die übrigen 200 zu 7 Zehnern sind 27 Zehner. Das 3tel von 27 Zehnern = 9 Zehner (90), und das 3tel von 6 = 2: also der Quotient 192.

6) 4 Personen theilen sich in 340 Rthlr.; wie viel bekömmt jede?

Der 4te Theil von 100 = 25; also von 300 (3 × 25 oder) 75; und der 4te Theil von 40 = 10; folglich der Quotient oder der 4te Theil von 340 = (75 + 10) 85.

7) In 6 Jahren wird eine Schuld von 297 Thlr. bezahlt; wie viel muß jährlich abgetragen werden?

Wir zerlegen 29 Zehner in 24 und 5 Zehner. Der 6te Theil von 24 Zehnern ist 4 Zehner oder 40. Die übrigen 5 Zehner zu 7 = 57. Der 6te Theil von 57 ist mehr als 9. (Denn 9 × 6 = 54.) Nehmen wir 9 als den 6ten Theil an, so bleiben noch 3 von 57 übrig. Der 6te Theil von 3 ist $\frac{3}{6}$: also der Quotient (40 + 9 + $\frac{3}{6}$) $49\frac{3}{6}$.

8) Womit muß 3 multiplicirt werden, wenn das Product 258 seyn soll?

3 einigemal genommen soll 258 geben; also muß 3 so oft in 258 enthalten seyn, als die 3 ge-

nom-

nommen werden soll. Nun ist 3 in 24 Zehnern (240) 8 Zehner (80) mal, und in dem übrigen $10 + 8$ (18) 6 mal, also in 258, 86 mal enthalten; folglich muß die 3, 86 mal genommen werden.

II. Division mehrtheiliger Zahlen durch Zehner und Hunderte.

Aus obigen Sätzen erhellet;

II. a. daß eine mehrtheilige Zahl durch 10 dividirt wird, wenn man die Tausende zu Hunderten, die Hunderte zu Zehnern, die Zehner zu Einern, und die Einer zu Zehnteln macht. Eben so

II. b. daß eine Zahl durch 100 dividirt wird, wenn man die Tausende zu Zehnern, die Hunderte zu Einern, und die Zehner und Einer zu Hunderteln macht.

Beyspiele zum ersten Satz.

1) Wie groß ist der 10te Theil von 360? (Antw. 36.)

Der zehnte Theil von 300 ist 3 Zehner oder 30; denn $10 \times 30 = 300$. Der 10te Theil von 60 ist 6 Einer; denn $10 \times 6 = 60$.

2) Wie groß ist der 10te Theil von 345? (Antw. $34\frac{5}{10}$.)

Der 10te Theil von 300 ist 30; der 10te Theil von 40 ist 4; und der 10te Theil von 5 ist $\frac{5}{10}$.

3) Wie oft steckt 10 in 5765?

$$\left.\begin{array}{l} 10:5000=500 \\ 10:\ 700=\ 70 \\ 10:\ \ 60=\ \ 6 \\ 10:\ \ \ 5=\ \frac{5}{10} \end{array}\right\} \text{folglich}$$

$$576\tfrac{5}{10} \text{ mal.}$$

Bey-

Beyspiele zum zweyten Satz.

1) Wie groß ist der hundertste Theil von 3900? (Antw. 39.)

Der 100ste Theil von 3000 ist 30, und von 900 = 9.

2) Der 100ste Theil von 3496 ist?

a) von 3000 = 30

b) — 400 = 4

c) — 96 = $\frac{96}{100}$

also $34\frac{96}{100}$

oder: a) der 100ste Theil von 34 Hundert ist 34,
b) und von 96 = $\frac{96}{100}$.

3) Hundert Soldaten sollen sich in 2564 Rthlr. theilen; jeder bekömmt?

Von 25 Hundert bekömmt jeder 25 Rthlr., und von 64 bekömmt jeder $\frac{64}{100}$.

II. c. Um mit 20, 30, 40 bis 90, oder mit 200, 300 bis 900 zu dividiren, kann man entweder

a) mit dem ganzen Divisor auf einmal, oder

b) mit den zwey Factoren, nemlich mit 10 oder 100 rc. in den Dividendus, und dann mit der Zahl, welche anzeigt, wie oft 10 oder 100 im Divisor enthalten ist, in den gefundenen Quotienten dividiren.

Beyspiele.

1) Wie oft ist 200 in 3456 enthalten?

Hier dividire man entweder:

200 : 34 Hundert = 1700
200 : 56 Einer = $\frac{56}{200}$
} also $17\frac{56}{200}$ mal;

oder:

oder: $100 : 3456 = 34\frac{56}{100}$

und $2 : 34\frac{56}{100} = 17\frac{56}{200}$.

Erläuterung. 100 steckt in 34 Hundert 34 mal; und 56, $\frac{56}{100}$ mal. Da aber nicht gefragt wird, wie oft 100, sondern wie oft 200 in 3456 enthalten ist; so ist der Quotus 2 mal zu groß; folglich muß dieser noch durch 2 getheilt werden. $2 : 34 = 17$. und $2 : \frac{56}{100}$ ist $\frac{56}{200}$; denn wenn jedes $\frac{1}{100}$ in 2 Theile zerlegt wird, so wird das Ganze in 200 Theile zerlegt; oder wenn die Hälfte von $\frac{1}{100}$ gesucht wird, so muß das Ganze in noch einmal so viele Theile (jedes Hundertstel in 2 Theile), folglich in 200 Theile zerlegt werden. (Eine nähere Erläuterung giebt die Lehre von den Brüchen.)

Oder, man nimmt erst den kleinsten Divisor, und dann den größern. Also:

$2 : 3456 = 1728$

$100 : 1728 = 17\frac{28}{100}$.

Anmerk. $\frac{28}{100}$ ist gleich $\frac{56}{200}$, so wie $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. (S. im folgenden Hefte des Arithmetikers die Lehre von Erweiterung und Abkürzung der Brüche.)

2) Wenn 800 Soldaten sich in 2564 Rthl. theilen; so bekömmt jeder?

$$\left.\begin{array}{l} 800 : 2400 = 3 \\ 800 : \ 164 = \frac{164}{800} \end{array}\right\} \text{also } 3\frac{164}{800} \text{ Rthlr.}$$

Oder:

$$\left.\begin{array}{lr} 8 : 24 \text{ Hundert} & 300 \\ 8 : 16 \text{ Zehner} & 20 \\ 8 : \ 4 \text{ Einer} & \frac{4}{8} \end{array}\right\} \text{sind gleich}$$

$$320\tfrac{4}{8}.$$

$$\left.\begin{array}{l} 100 : 320 = 3\frac{20}{100} \\ 100 : \frac{4}{8} \quad = \frac{4}{800} \end{array}\right\} \frac{20}{100} = \frac{160}{800}.$$

Denn wenn aus einem Hunderttheile 8 Theile gemacht werden, so entstehen aus 20 Hunderttheilen 20 × 8 solcher Theile; die nun 800 Theile heißen, weil das Ganze in 800 Theile zerlegt ist. (S. die vorige Erläuterung.)

3) Wie oft ist 900 in 3691800 enthalten?

100 : 3691800 = 36918.

9 : 36918 = 4102 mal.

Zergliederung. Wenn 100 in 100 dividirt, 1, und in 1000, 10 giebt; so geben 100 : 10000 = 100; in 100000 = 1000; und in 1000000 = 10000. Folglich steckt

$$\left.\begin{array}{lrr} 100 : & 3000000 = & 30000 \\ \text{in} & 600000 = & 6000 \\ \text{in} & 90000 = & 900 \\ \text{in} & 1800 = & 18 \end{array}\right\} \text{also überhaupt:}$$

$$\overline{36918} \text{ mal.}$$

Ferner:

$$\left.\begin{array}{rr} 9 \text{ ist in } 36 \text{ Tausend.} & 4000 \\ 9 \text{ Hund.} & 100 \\ 18 \text{ Einern} & 2 \end{array}\right\} \text{mal enthalten;}$$

also ist der Quot. 4102.

III. Division mehrtheiliger Zahlen durch mehrtheilige.

Hier lassen sich 2 Hauptfälle unterscheiden:

a) Entweder sind beide gegebene Zahlen so beschaffen, daß man bey einiger Fertigkeit im Multipliciren und Dividiren gleich wahrnimmt, daß der Divisor einigemal erschöpfend, d. h. ganz (ohne Rest), in den Einheiten der höhern Ordnungen des Dividendums, oder auch im ganzen Dividendum, enthalten ist;

so

so daß man also gleich das Dividendum als ein Vielfaches des Divisors (z. B. als ein Zwey-, Drey-, Vierfaches ꝛc.) erkennt.

b) Oder beide Zahlen sind in Ansehung ihrer Größe und ihrer Zusammensetzung (aus den Einheiten verschiedener Ordnungen) zu ungleich, als daß man leicht und schnell bemerken könnte, ob der Divisor erschöpfend in den Einheiten der höhern Ordnungen, oder im ganzen Dividendum enthalten sey, oder nicht.

1) Im ersten Falle dividire man mit dem mehrtheiligen Divisor auf einmal (wie mit einem Einer, Zehner ꝛc.) in den Dividendus.

Z. B. 12 ist in 240 enthalten?

12 : 24 Zehner, 2 Zehner oder 20 mal.

Oder: 244 in 488?

Hier sieht man gleich, daß der Dividendus das Zweyfache des Divisors enthält, oder daß der Divisor 2 mal im Dividendus enthalten ist.

Oder: 36 in 7236?

36 ist in 72 Hundert 200 mal
und in 36 Einern 1 —

also in 7236 201 mal enthalten.

Oder: wie oft sind 12 Pfennige in 288 Pfennigen enthalten?

12 : 24 zig = 20. bleiben noch 40 + 8.
12 : 48 Einer = 4 mal; also

24 mal.

2) Im zweyten Falle aber können nach der verschiedenen Beschaffenheit und Größe der gegebenen Zahlen folgende Regeln oder Vortheile angewandt werden.

c. Vortheile und Abkürzungen für die schriftliche Division.

1. Läßt sich der Divisor in ganze Factoren (vorzüglich in Einer) zerfällen, so dividirt man, wie oben bey den Zehnern und Einern gezeigt worden, mit dem einen Factor in den Dividendus, und mit dem andern in den gefundenen Quotienten.

Z. B. 32 zerfällt in 8 × 4. Um nun zu finden, wie oft 32 in 512 enthalten ist, dividire man erst mit
4 : 512 = 128, und dann mit
8 : 128 = 16.

Anmerk. 1. Bleibt bey der Division mit der ersten Zahl etwas übrig, so ist dieser Rest der Zähler, und der ganze Divisor der Nenner des Bruchs, der noch mit zum Quotienten gehört.

Anm. 2. Wenn aber bey der Division mit der zweyten Zahl etwas übrig bleibt, so multiplicirt man solches mit dem ersten Divisor (wodurch diese restirende Zahl schon dividirt worden — und falls bey der ersten Division auch etwas übrig geblieben ist, so addirt man solches dazu) — und macht dieses Product (mit dem dazu addirten Rest von der ersten Division) zum Zähler des Bruchs, dessen Nenner der ganze Divisor ist. (Die Gründe dieses Verfahrens sind leicht einzusehen.) Folgendes Beyspiel stellt beide Fälle dar.

320 Interessenten haben 73912 Rthlr. zu theilen: wie viel bekommt jeder?

320 wird in 80 und 4 zerlegt. Denn 80 × 4 = 320.

```
8|0 : 7391 2 | 923
      72     |
     ---------
       19
       16
     ---------
        31
        24
     ---------
```

Rest 7 als Zehner + 2 = 72 (neml. $\frac{72}{320}$).

```
4 : 923 | 230
    8   |
   -----
    12
    12
   -----
     3
     0
   -----
```

Rest 3. Diese 3 war schon ein Theil des Quotienten von der vorigen Division, wird daher wieder mit 80 multiplicirt. $3 \cdot 80 = 240$ + den vorigen Rest $72 = 312$; also ist der eigentliche Quotient $230\frac{312}{320}$.

2. Wenn der Divisor ein einzelner Theil von 100, 1000, 10000 rc. ist, so multiplicire man erst den Dividendus mit der Zahl, welche anzeigt, der wievielste Theil der Divisor von 100, 1000 rc. ist, und dividire das Product mit 100, 1000 rc. (d. h. mit derjenigen Zahl, von welcher der Divisor ein bestimmter einzelner Theil ist.)

Z. B. 100 ist 4 mal weniger in einer Zahl enthalten, als 25, weil 100, 4 mal größer ist, als 25. Wenn man also eine Zahl, welche durch 25 dividirt werden soll, durch 100 dividirt, so wird der Quotient 4 mal zu klein; nimmt man aber dagegen auch eine 4 mal größere Zahl zum Dividend an, so wird dadurch der Quotient wieder 4 mal größer: — folglich wird der

Quo-

Quotient eben derselbe seyn, den die Division einer Zahl durch 25 gegeben hätte. — Soll nun eine Zahl durch 25 dividirt werden, so multiplicire man die Zahl erst mit 4, und dividire das Product durch 100. —

Z. B. Wie oft steckt 25 in 72?

Antw. 100 : 4 mal 72 oder 288, $2\frac{88}{100}$ mal. Eben dieses gilt auch von 125 als dem 8ten Theil von 1000; von 625 als dem 16ten Theil von 10000 rc.

3. Die Division großer mehrtheiliger Zahlen wird erleichtert, wenn beide Zahlen, Divisor und Dividendus, durch die Division mit einer beliebigen Zahl verkleinert, d. h. einigemal in gleichem Verhältnisse kleiner genommen werden. Denn eine gleiche Division am Divisor und Dividendus verändert den Quotienten nicht. (Z. B. 4 : 16 = 4. Werden beide Zahlen, 4 und 16, erst durch 2 dividirt, so wird aus 4, 2, und aus 16, 8; 8 durch 2 giebt aber ebenfalls 4.) Soll aber durch diese Verkleinerung die Division wirklich erleichtert werden, so müssen sich beide Zahlen, Divisor und Dividendus, durch eine oder mehrere Zahlen erschöpfend, d. h. ohne Rest, theilen lassen. Die Fälle, wo solche Verkleinerungen stattfinden, sind vornehmlich folgende.

a) Mit 2. Alle gerade Zahlen (Zahlen, die sich auf 0, 2, 4, 6 oder 8 enden) lassen sich mit 2 verkleinern.

Z. B. 288 steckt in 4608?

Hier verkleinern wir durch die Division mit 2 beide Zahlen so lange, bis der Divisor selbst zum Dividiren bequemer wird.

Divi=

Divisor.		Dividend.	
2) 288	:	4608	
144	:	2304	
72	:	1152	
36	:	576	
18	:	288	
9	:	144	16 Quot.

b) Mit 3. Wenn man die einzelnen Ziffern einer Zahl addirt, und die Summe geht durch 3 auf, so läßt sich auch die ganze Zahl durch 3 verkleinern.

Z. B. 435 giebt, wenn man alle Ziffern als Einer addirt, 12. Diese läßt sich ohne Rest durch 3 theilen, eben so auch 435. Nehmen wir nun 435 zum Dividendus, und eine andre Zahl, deren Ziffernsumme sich ebenfalls durch 3 ohne Rest theilen läßt, zum Divisor an; so können beide erst mit 3 verkleinert, d. h. 3 mal kleiner genommen werden. Z. B.

	123	:	435	
der 3te Theil ist	41	:	145	$3\frac{22}{41}$.
			123	
			22	

c) Mit 4. Alle Zahlen, deren beide Endziffern sich mit 4 ohne Rest theilen lassen, können mit 4 verkleinert werden.

Z. B.

Z. B. 312 steckt in 3716?

4) 312 : 3716

78 : 929 | $11\frac{71}{78}$
78
149
78
71

d) Mit 5. Alle Zahlen, deren Endziffern 5 oder 0 sind, lassen sich mit 5 verkleinern. Z. B.

5) 225 : 4450?

45 : 890

9 : 178 | $19\frac{7}{9}$.

e) Mit 6. Wenn die Summe aller Ziffern einer geraden Zahl mit 3 aufgehet: so kann die ganze Zahl durch 6 verkleinert werden.

Z. B. 9534 giebt zur Summe 21, welche sich durch 3 theilen läßt, und die letzte Ziffer ist eine gerade Zahl. Eben so läßt sich die Ziffernsumme von 624 durch 3 theilen. Wird nun letztere Zahl zum Divisor und die erstere zum Dividendus gemacht, so kann man beide vor der Division mit 6 verkleinern.

6) 624 : 9534

104 : 1589.

f) Mit 8. Wenn die 3 letzten Ziffern mit 8 aufgehen, so kann die ganze Zahl mit 8 verkleinert werden. Z. B.

8) 848 : 37568

106 : 4696

Diese beiden Zahlen können als gerade Zahlen noch verkleinert werden mit 2. Z. B.

2) 106 : 4696

53 : 2348.

g)

g) Mit 9. Alle Zahlen, wo die Summe der einzelnen Ziffern mit 9 theilbar ist, können mit 9 verkleinert werden. Z. B. in 864 ist die Ziffersumme 18, und in 7695 ist sie 27, in beiden Summen ist 9 einigemal ganz enthalten; daher können auch beide Zahlen durch 9 verkleinert werden.

9) 864 : 7695

96 : 855.

h) Mit 10 ꝛc. Alle Zahlen, die am Ende eine Null haben, gehen mit 10, die zwey Nullen haben, mit 100; die 3 Nullen haben, mit 1000 ꝛc. auf: folglich kann man, wenn Divisor und Dividendus am Ende beide gleich viele Nullen haben, diese gegen einander ausstreichen, wodurch beide 10, 100, 1000 mal ꝛc. verkleinert werden. Z. B.

85ØØØ : 765ØØØ.

Hier sind beide tausendfältig verkleinert, und können nach litt. d. noch mit 5 verkleinert werden.

5) 85 : 765

17 : 153.

i) Mit 11 ꝛc. Alle gleichziffrige Zehner und Einer lassen sich durch 11, so wie alle gleichziffrige Hunderte, Zehner und Einer, durch 111 ꝛc. verkleinern. Z. B.

111) 444 : 999 oder: 11) 55 : 88

4 : 9 5 : 8.

Auch lassen sich noch andere als gleichziffrige Zahlen durch 11 theilen. Das Kennzeichen derselben ist die Ziffernsumme in den geraden und ungeraden Stellen. Man nennt nemlich (wenn die Ziffern von der rechten Hand gegen die linke

ge-

gezählt werden) die 1te, 3te, 5te, 7te, 9te, 11te, 13te, 15te ꝛc. Stelle ungerade; aber die 2te, 4te, 6te, 8te, 10te, 12te Stelle ꝛc. gerade.

Wenn nun bey einer Zahl die Summe der Ziffern in den geraden Stellen sowol als in den ungeraden, jede für sich durch 11 theilbar ist, so läßt sich die ganze Zahl durch 11 ohne Rest dividiren.

Auch dann noch, wenn zwar jede dieser Summen durch 11 nicht ohne Rest theilbar sind, aber beide, wenn man sie durch 11 dividirt, einen gleichen Rest geben.

Z. B. 474936 ist durch 11 theilbar; denn die Summe der Ziffern in den geraden Stellen ist: $3 + 4 + 4 = 11$; und die der Ziffern in den ungeraden Stellen ist: $6 + 9 + 7 = 22$. Auch 2926 kann durch 11 ohne Rest dividirt werden; denn die Summe der ungeraden Stellen $= 6 + 9 = 15$, und die der geraden $= 2 + 2 = 4$. Beide Summen kann man zwar nicht durch 11 ohne Rest theilen, allein es bleibt bey jeder ein gleicher Rest, nemlich 4. Ist nun die eine dieser Zahlen Divisor, die andre Dividendus; so kann man beide vor der Division durch 11, also 11fach, verkleinern.

11) 2926 : 474936
266 : 43176.

Diese können noch durch 2 verkleinert werden.

2) 266 : 43176
133 : 21588.

Anmerk. Diese bisher beschriebenen Kennzeichen der Theilbarkeit der Zahlen lassen sich auch bey der Verkleinerung der Brüche an-

anwenden, und verdienen daher wohl gemerkt zu werden.

4. Das Dividiren mit großen Zahlen kann auch durch eine Tafel, welche die Producte des jedesmaligen Divisors mit allen Zahlen von 1 bis 9 enthält, erleichtert und abgekürzt werden. Diese Tafel wird ein Tariff genannt, und kann vorzüglich Anfängern, die, um die richtige Zahl des Quotums zu finden, gewöhnlich von 9 an, diese Zahl so lange zu groß nehmen, bis sie den richtigen Quotienten finden, empfohlen werden, weil durch Hülfe des Tariffs die richtige Zahl in jeder Stelle des Quotienten gleich gefunden wird. Ein Beyspiel mag dieses deutlicher machen.

Gesetzt, man soll mit 562 in 387218 dividiren. Hier ist der Tariff:

1	562
2	1124
3	1686
4	2248
5	2810
6	3372
7	3934
8	4496
9	5058

Die Division selbst, jedoch mit der Abkürzung, daß die im Tariff enthaltenen Producte nicht unter den Dividendus gesetzt, sondern nur blos die Reste derselben bemerkt werden, ist folgende:

Divisor.	Dividend.	Quotient.
562 :	387218	689.
	5001	
	5058	

Erläuterung. Dieses Exempel wird vermittelst der Productentafel also gerechnet: Die vier ersten Ziffern des Dividendi sind 3872; um zu

finden, wie oft der Divisor in diesen enthalten ist, sieht man in der Tafel nach, welches die größte Zahl sey, die man davon abziehen kann, und man findet, daß es 3372 ist. Neben dieser Zahl steht 6 vor dem Striche; 6 giebt also den ersten Theil des Quotienten, und 3372 (als das Product von 6 mal 562) wird von 3872 abgezogen; zu dem Rest 500 wird die im Dividend folgende 1 heruntergesetzt, und man bekömmt 5001. Die größte Zahl im Tariff, die davon abgezogen werden kann, ist 4496; die neben diesem Product stehende 8 wird in den Quotienten gesetzt, und 4496 von 5001 abgezogen. Der Rest ist 505, zu diesem wird die 8, als die letzte Ziffer des Dividendi, heruntergesetzt, und wieder in der Tafel nachgesehn, welches die größte Zahl sey, die von 5058 abgezogen werden könne, wo sich dann findet, daß es 5058 ist, und daß also der Divisor in diesem letzten Theil des Dividendi gerade 9 mal ohne Rest enthalten ist. Man setze also noch 9 in den Quotienten, und die ganze Arbeit ist geendigt.

Anmerk. Die bisher gelehrte und in der Mathematik übliche Art zu dividiren, wird von einigen unter sich dividiren, zum Unterschied von einer andern Art, welcher sich viele Kaufleute und Rechenmeister bedienen, und über sich dividiren genannt wird. Man setzt dabey den Divisor unter den Dividendus, und wenn man die gefundene Zahl des Quotienten mit dem Divisor multiplicirt hat, so zieht man ebenfalls das Product (welches man aber nur selten auf einmal genommen, und nur bey großen Zahlen notirt) von dem Theile des darüber stehenden Dividendus ab, streicht den Divisor (auch das Product desselben, wenn es notirt worden) und den dazu gehörigen Theil des Dividendus durch,

schreibt

schreibt den Rest über den Dividendus, und fährt auf diese Weise fort, bis die letzte Zahl im Quotienten gefunden worden.

Z. B. 3 : 7614.

```
 112
7614|2538
3333
```

Hier sagt man: 3 in 7, 2 mal; 2 × 3 = 6 von 7 bleibt 1, und durchstreicht die 3 und 7. Ferner: 3 in 16, 5 mal; 3 × 5 ist 15, von 16 bleibt 1, 3 und 16 wieder durchstrichen. Ferner: 3 in 11, 3 mal, 3 × 3 = 9, von 11 bleibt 2, die gebrauchten Zahlen durchstrichen, und 3 in 24, 8 mal.

Oder: 12 : 8928.

```
1
154 |
8928|744
1222
 11
```

Hier sagt man: 12 in 89, 7 mal; 1 mal 7 von 8 bleibt 1; diese 1 kommt über die 8, und die untere 1 wird nebst der 8 durchstrichen. Ferner: 2 × 7 = 14 von 19 bleibt 5; die 5 über die 9 gesetzt, und die 2 (im Divisor) und 9 durchstrichen. Nun wird der Divisor so gesetzt, daß die 1 unter die 2, und die 2 daneben kommt. Nun dividirt man, wie zuvor, 1 in 5 nicht 5, sondern 4 mal, weil die 5 für den ganzen genommenen Theil des Dividendus zu groß seyn würde: 4 mal 1 ist 4, von 5 bleibt 1; und 4 × 2 = 8 von 12 bleibt 4 ꝛc.

Der Grund dieses Verfahrens ist derselbe, wie bey der ersten Art, oder diese Art zu dividiren ist mit der vorigen ganz dieselbe, nur daß die

Zahlen anders und auf eine nicht so leicht zu übersehende Art gestellt werden. Zwar nimmt ein auf diese Art berechnetes Exempel weniger Raum ein, und kann in so ferne als abgekürzt betrachtet werden; indessen hat man hier auch nicht den Vortheil, daß man die ganze Berechnung in allen ihren Theilen gleich und leicht durchsehen, und einen in der Division, Multiplication oder Subtraction begangenen Fehler leicht und schnell auffinden kann, wie die Ansicht des auf diese doppelte Weise berechneten Exempels noch deutlicher zeigt.

68705970 durch 819 zu dividiren:

```
819 : 68705970 | 83890
      6552....  |
      --------
       3185...
       2457...
       -------
        7289..
        6552..
        ------
         7377.
         7371.
         -----
            60
```

```
          7
          8 1
        7 2 3
      3 1 5 0 8      60
      4 9 8 8 7 6
    6 8 7 0 5 9 7 0 | 83890 60/819
      8 1 9 9 9 9 9
        8 1 1 1 1
          8 8 8
```

d. Bey-

d. Beyspiele zur Uebung.

1. Die Wollschur in Schlesien betrug im Jahr 1785 von 1967390 Schaafen 161496 Stein Wolle; da nun ein Stein in Schlesien 24 ℔. und der Centner daselbst 132 ℔ hat, so ist die Frage, wie viel Pfund, und wie viel dasige Centner obige Wolle betrage? (Antw. 3'875'904 Pfund, und 29362 Centner 120 Pfund.)

2. Es sterben jährlich auf der Erde etwa 29930000 Menschen: wie viel in einem Tage? (Antw. 82000 Menschen.) — Es werden aber jährlich gebohren 35916000 Menschen: wie viel also täglich? (Antw. 98400 M.)

3. Der Stein, worauf in Petersburg die Statüe Peter des Ersten steht, soll 3000000 ℔ wiegen: wie viel Centner? (den Centner zu 110 ℔.) (Antwort: 27272 Centner und 80 Pfund.)

4. Berlin ist von Petersburg 1715 russische Werste entfernt: wie viel sind es deutsche Meilen? (7 Werste = 1 deutschen M.) (Antw. 245.)

5. Die große Glocke zu Görlitz wiegt 767360 Loth; wie viel Pfund? wie viel Stein? wie viel Centner? (Antw. 23980 ℔. 1090 St. 218 Ct.)

6. Die größte Glocke zu Nürnberg wiegt 549120 Loth; wie viel Pfund, Stein und Centner? (Antw. 17160 Pf. 780 St. 156 Centner.)

7. Auf der Festung Königstein ist ein Weinfaß, welches 213504 Quart oder Kannen enthalten soll: wie viel sind dies Eimer, den Eimer zu 64 Quart gerechnet? (Antw. 3336 Eimer.)

8. Im Spiegelberge bey Halberstadt ist ein Faß, welches 123648 Kannen enthält; wie viel Eimer sind dies? (Antw. 1932 Eimer.)

9. Die Erdkugel hat unter der Mittellinie, d. h. in ihrer größten Dicke von Morgen gegen Abend, 5400 Meilen im Umfange; dieser Umfang wird (wie

jeder Cirkel) in 360 Grade getheilt; wie viel Meilen kommen also unter der Mittellinie auf einen Grad? (Antw. 15.)

10. In den Bergwerken zu Cremnitz in Nieder-Ungarn werden nach Schreber (s. S. 474 im 7ten Theil seiner neuen Sammlungen für die Cameralwissenschaft) in 24 Stunden gemeiniglich 560 Centner Erz aufgepocht: wie viel Centner kann man im Durchschnitt auf eine Stunde rechnen? (Antwort: $23\frac{8}{24}$ oder $23\frac{1}{3}$ Centner.)

11. Von dem Ilmenauer Bergbau sind (nach Voigts mineralogischen Reisen 1 Th. S. 29.) von 1730 bis 1739, also in 10 Jahren, 8777 Centner, 51 Pfund Schwarzkupfer gar gemacht, und daraus 262372 Loth Silber erhalten worden, wofür sich die Geldeinnahme ohngefähr auf 6932972 Groschen belaufen hat: wie viele Groschen sind für 1 Loth Silber bezahlt worden? (Antw. $22\frac{160788}{262372}$ gl.)

12. Nach der Beschreibung von Berlin und Potsdam hatte Berlin im Jahr 1773, mit Inbegriff des Militair, 138355 Einwohner und 9695 Häuser (die Hinterhäuser mitgerechnet): wie viele Einwohner kommen also im Durchschnitt auf jedes Haus? (Antw. $14\frac{2625}{9695}$ Einwohner.)

13. Nach Mirabeau (s. dessen preußische Monarchie unter Friedrich dem Großen, herausgegeben von Mauvillon) hat das Fürstenthum Minden 31 □ Meilen und 68000 Einwohner, die Grafschaft Ravensberg aber 20 □ M. und beynahe 82000 Einwohner: wie viel Einwohner kommen in jeder dieser genannten Provinzen auf eine □ Meile? (Antwort: Auf eine □ Meile in Minden $2193\frac{17}{31}$, und in Ravensberg 4100 Einw.)

14. Wie viele Menschen leben im Durchschnitt nach den oben Cap. 2. litt. c. Nr. 2. befindlichen Angaben von der Bevölkerung und Größe aller europäischen

schen Länder (von Crome) auf jeder □ Meile in jedem besondern europäischen Lande, und wie viele auf jeder □ Meile von ganz Europa überhaupt?

(Antw. a) In Portugall leben auf einer □ M. 1052 Menschen.

In Spanien	—	—	1078	—
— Frankreich	—	—	2500	—
— Italien und den Inseln		—	2924	—
— Helvetien	—	—	1925	—
— Großbrit. u. Irland			942	—
— Verein. Niederl.		—	3776	—
— Europ. Rußland		—	274	—
— Deutschland	—	—	2167	—
— Dännemark ꝛc.		—	189	—
— Schweden	—	—	221	—
— Polen und Litthauen			895	—
— Europ. Türkey		—	613	—
— Preußen	—	—	1077	—
— Ungarn u. Siebenb.			1248	—
— Galizien u. Lodomir.			2187	—

b) In ganz Europa aber auf jeder □ M. 23086 Menschen.)

Anmerk. Die 12te und 13te, so wie die 16te und 18te Uebungsaufgabe zur Addition, enthalten Angaben zu ähnlichen Berechnungen für Deutschland und für die Preußischen Staaten.

15. Nach Levesque (s. den Geographen, Heft 1—3. S. 84 und 85.) betrug die Zahl der Gebohrnen in Rom von 1763 bis 1787, also in 25 Jahren, 129124; und die Zahl der Gestorbenen in eben diesem Zeitraume 173153; wie viel Gebohrne und Gestorbene kommen also im Durchschnitt auf jedes Jahr? (Antw. 5165 Gebohrne und 6926 Gestorbene.)

16. Der ganze Flächenraum der Erde beträgt 9282060 Quadrat-Meilen; von diesem nimmt die bewohnbare Erde oder das Land nur den fünften Theil, und das Weltmeer die übrigen vier Fünftheile ein: wie viele □ Meilen enthält also die bewohnbare Erde, und wie viele das Weltmeer? (Antw. Das Land enthält 1856412, und das Meer 7425648 □ M.)

Anmerk. Noch andere Uebungsaufgaben lassen sich leicht aus den Multiplicationsaufgaben machen.

Zusatz zum dritten Capitel.

c. Vortheile und Abkürzungen beym Multipliciren, welche sich auf die Subtraction und Division gründen.

7. Wenn der Multiplicator um 1 bis 12 weniger ist, als 100 oder 1000, so hängt man dem Multiplicandus 2 oder 3 Puncte an, welche die Nullen von 100 oder 1000 vorstellen; multiplicirt alsdann mit dem Minus, d. h. mit der Zahl, welche anzeigt, wie viel dem Multiplicator an 100 oder 1000 fehlt, und zieht solches davon ab.

Z. B. 96 × 48.

Setze also 48 . . (d. h. 4800.)
192 (das Factum von 4 × 48.)
bleibt 4608 als das Product von 96 × 48.

8. Wenn der Multiplicator ein einzelner Theil von 100 oder 1000 ist, so denkt man sich so viel Nullen an den Multiplicandus (d. i. mit 100 oder 1000 multiplicirt), und dividirt alsdann mit der Zahl, welche die Größe des Theils anzeigt.

Dies findet z. B. bey 25 und 125 statt; denn 25 ist der 4te Theil von 100, und 125 ist der

8te

8te Theil von 1000. — Z. B. 315 Buch Druckpapier, wie viel Bogen? Ein Buch = 25 Bogen.

4 : 315 . . | 7875 Bogen.

9. Wenn der Multiplicator aus Einern, Zehnern und Hunderten besteht, und der Einer läßt sich ohne Rest in die Zehner und Hunderte zusammengenommen theilen, so kann man den Multiplicand erst mit dem Einer multipliciren, und dann das Product noch so oft nehmen, als der Einer des Multiplicators in den Hunderten und Zehnern desselben enthalten ist.

Beyspiele.

a) Vermehre 186 mit 186.

186 × 186.

1116 das Product von 6 × 186.
3348 das Product von 3 × 1116.

= 34596.

Erläuterung. Der Multiplicand 186 wird erst 6 mal genommen, oder mit dem Einer des Multiplicators multiplicirt. 6.186 = 1116.

Der Einer des Multiplicators 6 ist in den beiden übrigen Ziffern desselben, nemlich in 18, dreymal enthalten. Diese 3 ist aber der Quotient aus 180, und ist folglich als ein Zehner anzusehen. Wird also das Product der Einer noch 3 mal (oder eigentlich 30 mal) genommen, in die rechte Stelle gebracht, und zum Product der Einer gezählt, so ist das ganze Product gefunden.

 b) Wie

b) Wie viel ist 5678 mit 2345 multiplicirt?

5678 × 2345	
18760	Product aus 8 × 2345.
16415	Product aus 7 × 2345 oder 70 . 2345.
131320	Product aus 7 × 16415 oder 70 . 16415.
= 13314910.	

Erläuterung. a) Man multiplicire 2345 mit 8, und dann mit 7.

b) Nun ist 8 in 56, 7 mal, und die 7 (in der Zehner-Stelle) in 58, 8 mal enthalten. Daher vervielfältige man das das Product, welches aus 8 × 2345 entstanden ist, mit 7, oder, welches einerley ist, das Product aus 7 × 2345 mit 8; bringe dieses Product in seine rechte Stelle, und addire alsdann die drey Producte zusammen.

c) Man vervielfältige 896572 mit 84123.

896572 × 84123.	
2689716	(das 3fache von 896572.)
10758864	(das 40fache von 2689716.)
75312048	(d. 700fache v. 107588640.)
=75'422'326'356.	

Erläut. 3 mal die gegebene Größe = 2689716. Dieses Product wird 4 mal genommen, weil 3 in 12 (als den nächstfolgenden Multiplicatoren) 4 mal enthalten ist; das daraus entstandene Product wird um eine Stelle vorgerückt, weil der aus 12 entstandene Quotient in die Classe der Zehner gehört. Ferner findet man in dieser Aufgabe, daß die 12 in den zwey letzten Multiplicatoren, nemlich in 84, 7 mal enthalten ist.

Man

Man rechne daher das 12fache (eigentlich 120fache) Product noch 7 mal (eigentlich 700 mal, weil die 12 als Zehner oder als 120 in 84000, 700 mal enthalten ist), und setze das Product um zwey Classen gegen die linke Hand zurück, und addire diese 3 Producte, so ist die Aufgabe beantwortet.

Anmerk. Gewöhnlich druckt man diese Regel so aus: Jedes auf die vorige Weise gefundene Product muß um so viele Nullen zur linken Hand fortgerückt werden, als im gegebenen Multiplicator durch die Multiplication mit jeden zum Multiplicator gemachten Quotienten-Ziffern übergangen werden. So ist z. B. in der vorigen Aufgabe nur mit 4 statt 12, und ferner mit 7 statt 84, multiplicirt, wodurch die Stelle der 1 bey 12, und die Stelle der 4 bey 84 übergangen wurde. Das letzte Product muß also, weil 4 und 1 übergangen wurde, um 2 Stellen weiter gegen die linke Hand zurückgesetzt werden. Der Grund dieser mechanischen Regel ist bereits in der vorigen Erläuterung angegeben.

Sechstes Capitel.

Probe der vier Rechnungsarten.

a) Probe des Addirens.

Die Probe einer Rechnungsart dient zum Beweise, ob man richtig gerechnet habe, oder nicht.

1. Die gewöhnlichste Probe beym Addiren ist die Wiederholung, wenn man nemlich die Ziffern jeder Zahlencolumne, oder jeder besondern Ordnung, zweymal, einmal von unten herauf, und dann wieder von oben herunter zusammenzählt. Ist die Summe jedesmal dieselbe, so kann man mit großer Wahrscheinlichkeit schließen, daß die Rechnung richtig sey.

2. Statt des zweymaligen Zusammenzählens kann man auch die im 2ten Cap. litt. a. Nr. 8. angegebene Addition von der linken zur rechten Hand als Probe anwenden.

3. Der richtigste Beweis ist indessen der, welcher durch die Subtraction aller einzelnen Posten von ihrer gemeinschaftlichen Summe gegeben wird. Z. B.

8769
7458
2345
892
87 sind

= 19551.

Um

Um nun zu erfahren, ob die Summe richtig sey, subtrahire man erst

19551
8769; bleibt:

10782; hievon den 2ten Posten
7458; bleibt:

3324; von dieser Summe den 3ten Posten
2345; bleibt:

979; ferner den 4ten Posten
892; bleibt:

87. Diese Zahl ist gleich dem 5ten Posten; folglich war die Addition richtig.

4. Eine andre weniger weitläufige Probe wird durch das Subtrahiren der Summe einer Zahlreihe nach der andern, von der höchsten bis zur geringsten Ordnung, von der Summe der Posten gemacht.

So ist z. B. in dem vorigen Exempel die Summe der Tausende 17; diese von den 19 (Tausende in der Summe der Posten) bleiben 2, diese wird unter die 9 (tausend) geschrieben; dann addirt man die Hunderte, deren Summe hier 22 ist. Diese 22 werden von 25 (Summe der Hunderte in Verbindung mit der übriggebliebenen 2 von den Tausenden) abgezogen, bleiben 3, welche unter die erste 5 (nemlich unter die 5 in der Stelle der Hunderte) gesetzt wird. Hierauf wird die Summe der Zehner gesucht, diese ist hier 32, welche von 35 abgezogen werden. Die übriggebliebene 3 wird unter die zweyte 5 (in die Stelle der Zehner) gesetzt. Endlich wird auch die Summe der Einer gesucht, welche hier 31 geben, und da von der ganzen Summe auch nur noch 31 übrig geblieben sind, so ist dies

ein

ein Beweis, daß die Addition richtig war. Denn es bleibt nach der Wegnahme aller Theile, die in der Summe enthalten seyn sollten, nichts übrig; oder es geht alles auf. In der vorigen Aufgabe werden also unter der Summe die bemerkten Reste auf folgende Weise notirt:

$$\begin{array}{r} 8769 \\ 7458 \\ 2345 \\ 892 \\ 87 \\ \hline 19551 \\ 233. \end{array}$$

Zusatz. Mehr unterhaltend als zuverlässig ist die Probe, die man durch das Wegwerfen oder Ausstreichen aller Neune macht, die in den Posten und in der Summe enthalten sind. Man durchstreicht nemlich die Zahl 9, und alle Zahlen, welche zusammengenommen 9 geben, erst in den Posten, und dann in der Summe so oft, als sie sich in beiden finden läßt, und wenn dann von den Posten und von der Summe eine gleich große Zahl, oder in beiden gar keine (also 0) übrig bleibt, so nimmt man dies als einen Beweis des fehlerfreyen Addirens an. Z. B.

$$\begin{array}{r} 12004 \\ 40022 \\ 20053 \\ \hline 72079 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 7 \\ \vee \\ \wedge \\ 7 \end{array}$$

Hier sind in den Posten $4 + 2 + 3 = 9$; $2 + 5 + 2 = 9$, und $1 + 4 + 2 = 7$. Diese 7 bleiben also von den Posten übrig. In der Summe ist $9 = 9$, und $7 + 2 = 9$; es bleiben also auch 7 übrig.

Daß

Daß diese Operation indessen nichts für das richtige Addiren beweisen könne, läßt sich leicht einsehen. Es dürfte zum Beyspiel nur eine Versetzung der Ziffern in der Summe vorgegangen seyn (z. B. statt 72079 etwa 72097) oder es wäre die unrichtige Summe 73690 gefunden; so würde man falsch gerechnet, und doch dieselbe Probezahl, wie bey den Posten, erhalten haben.

Die Ursache aber, daß bey jeder richtigen Addition nach dem Wegwerfen aller in deu Posten und in der Summe enthaltenen Neune zwey gleiche Zahlen oder zwey Nullen übrig bleiben müssen, ist in unserm decadischen Zahlensystem selbst zu suchen.

b) Probe der Subtraction.

Wenn man die Differenz und die kleinere von den gegebenen Zahlen (den Subtrahend) addirt, so muß, wenn die Subtraction richtig, d. h. der wahre Rest gefunden seyn soll, die größere gegebene Zahl (der Minuend) wieder herauskommen. Oder:

Differenz und Subtrahend
Geben vereint den Minuend.

c) Probe der Multiplication.

Die beste Probe der Multiplication wird durch die Division gemacht.

Man dividire das Product durch den Multiplicator; so muß, wenn anders richtig multiplicirt worden, der Multiplicandus zum Quotient kommen. Oder umgekehrt: die Division des Multiplicandus im Factum muß den Multiplicator zum Quotient geben.

Zu=

Zusatz. Die Probe mit 9 kann hier auch vorgenommen werden. Man addirt nemlich die einzelnen Ziffern des Multiplicandus, wirft so oft 9 von dieser Summe als möglich weg, und merkt sich den Rest. Eben so addirt man die Ziffern des Multiplicators, wirft die Neune weg, und multiplicirt diesen Rest mit dem vorigen. Wenn nun die Ziffern des Products nach Wegwerfung der 9 gleichen Rest geben; so ist die Multiplication richtig.

Z. B. $1791 \times 365 = 653715$.

Hier ist erstlich $1 + 7 + 9 + 1 = 18$ die Summe der Ziffern des Multiplicandus, worin also 9 zweymal enthalten ist, bleibt 0. Die Summe der Ziffern des Multiplicators ist 14, 9 von $14 = 5$. Diese beiden Reste multiplicirt, geben $= 0$. Die Ziffernsumme vom Product ist 27, worin die 9, 3 mal enthalten ist. Der Rest ist also ebenfalls $= 0$.

d) Probe der Division.

Die Division wird durchs Multipliciren probirt.

Wenn der Divisor mit dem Quotienten (oder der Quotient mit dem Divisor) multiplicirt, und der etwa vorhandene Rest von der Division dazu addirt wird, so muß, wenn der Quotient richtig gefunden war, das Product dem Dividendus vollkommen gleich seyn.

e) Ue-

e. Uebungs=Exempel mit beygefügten Proben.

1. Addition.

Exempel.

643256 rl.
4284 —
32038 —
93641 — machen überhaupt?

773219 rl.

Probe.

a) 643256
4284
32038
93641

773219
— 6

17
— 16

13
— 12

12
— 10

21
— 20

19
— 19

0

b) 773219
— 643256

129963
— 4284

125679
— 32038

93641
— 93641

0

2. Subtraction.

Exempel.

Von	4 8 2 6 8 3 5 fl.	werden
	2 7 3 4 6 4 2 —	ausgegeben
Rest:	2 0 9 2 1 9 3 fl.	

Probe.

2092193 fl. und
2734642 fl. sind?
4826835 fl.

3. Multiplication.

Exempel.

6423 Rthl.
324 mal.
25692
12846
19269
2081052 Rthl.

Probe.

4) 324 : 2081052
9) 81 : 520263
9 : 57807 | 6423
54
38
36
20
18
27

4. Division.

Exempel.

23 : 83375 | 3625
69
143
138
57
46
115
115
0

Probe.

3625
23
10875
7250
83375

f) Grundsätze, welche die Richtigkeit dieser Proben beweisen.

1. Für die Probe der Addition durch die Subtraction.

Wenn eine Größe, die durch Zusammensetzung anderer Größen entstanden ist, eben so, wie sie zusammengesetzt wurde, wieder zerlegt wird; so kommen eben dieselben Größen wieder heraus.

Oder: Wenn man auf dieselbe Art alle durch die Addition in eine Summe gebrachten Einer, Zehner u. s. w. wieder von der Summe wegnimmt: so bekommt man auch alle einzelne Einer, Zehner, Hunderte und Tausende wieder.

2. Für die Probe der Subtraction durch die Addition.

Werden Größen, die durch die Zerlegung einer andern Größe entstanden sind, auf die nämliche Art, wie sie zerlegt wurden, wieder zusammengesetzt: so kömmt die erste Größe wieder heraus.

Nun ist der Rest durch Wegnehmung der kleinern gegebenen Zahl von der größern entstanden, oder die größere ist in die kleinere und in den Rest zerlegt worden: folglich muß die erste Größe oder Zahl wieder entstehen, wenn man den Rest zu der kleinern gegebenen Zahl wieder hinzusetzt.

3. Für die Probe der Multiplication durch die Division.

Wenn eine Größe, die durch Vervielfältigung einer andern Größe entstanden ist, auf die nämliche Art wieder zerlegt oder getheilt wird: so

kömmt dieselbe Größe, aus welcher die erstere entstanden ist, wieder heraus.

Nun ist jedes Product durch die Vervielfältigung eines Factors mit einem andern entstanden, wenn man nun mit dem einen Factor in das Product dividirt, so muß der andre Factor wieder herauskommen.

4. Für die Probe der Division durch die Multiplication.

Wenn Größen, die durch Zertheilung einer andern Größe entstanden sind, auf eben die Art, wie sie zertheilt wurden, wieder zusammengesetzt werden, so bekömmt man die vorher zertheilt gewesenen Größen selbst wieder.

B — e.

Beym

Beym Verleger der Comp. Bibliothek sind unter andern Büchern aus allen Wissenschaften auch folgende zu haben:

Anfangsgründe der Differenzial- und Integral-Rechnung zum Gebrauch des Ingenieurs und Artilleristen, von einem Königl. Preuß. Offizier. gr. 8. 1784. 1 Rthlr.

Elementarwerk, vierter Theil. Arithmetisch- und Geometrisches Lehrbuch für die ersten Anfänger, mit beständigen Anwendungen auf mechanische und optische Begriffe, wie sie im gemeinen Leben vorkommen. Mit 7 Kupfertafeln. Zwote verbesserte Auflage. gr. 8. 1790. 16 Gr.

Ebendesselben achter Theil. Mathematisches Lehrbuch für den 2ten Cursus. gr. 8. 1783. 16 Gr.

v. Massenbachs, A. L., Erläuterungen über einige Puncte des *Bombardier Prussien.* 4. 1785. 8 Gr.

Adelungs, Joh. Christoph, vollständige Geschichte der Schifffahrten und Versuche, welche zur Entdeckung der nordöstlichen Durchfahrt in Norden und Nordosten von Europa und Asien von verschiedenen Nationen unternommen worden. gr. 4. 1768. 3 Rthlr.

Desselben Uebersetzung von des Herrn de Brosse vollständigen Geschichte der Seefahrten nach den noch größtentheils unbekannten Südländern, mit einigen Anmerkungen, Zusätzen, und Kupfern. gr. 4. 1767. 2 Rthlr. 18 Gr.

Allgemeine Geschichte der Ost- und Westindischen Handlungsgesellschaften in Europa. Aus dem Englischen übersetzt. Unter der Aufsicht und mit einer Vorrede von D. Joh. Sal. Semler, mit Kupfern, zwey Theile. gr. 4. 1764. 4 Rthl. 12 Gr.

Cra-

Cramers, H. M. A., Nachrichten zur Geschichte der herculanischen Entdeckungen. gr. 8. 1773. 9 Gr.

Fabri, J. E., Elementargeographie. Erster Theil. Dritte ganz umgearbeitete Auflage. gr. 8. 1794. 1 Rthlr.

Ebendieselbe, 2ter und dritter Band. Zwote verbesserte Aufl. gr. 8. 1788. 1790. Jeder Bd. 16 Gr.

Ebendieselbe, 4ter Band. Zwote ganz umgearbeitete Auflage. gr. 8. 1790. 1 Rthlr.

Desselben geographisches Lesebuch zum Nutzen und Vergnügen. Sechs Bändchen, mit illuminirten Kupfern. 8. 1782—1786. Jedes Bändchen 15 Gr.

Ebendasselbe, siebentes und letztes Bändchen. Mit einem Register über alle 7 Bändchen. 8. 1787. 10 Gr.

Desselben Sammlung von Stadt-, Land- und Reisebeschreibungen, 1ter und 2ter Theil. Mit Kupf. gr. 8. 1783. 1786. Jeder Theil 1 Rthl. 4 Gr.

Zoologia Indica, sistens, I. Descriptiones animalium selectorum tabulis aeneis delineatorum; II. Observationes de finibus et indole aëris, soli marisque indici, denique III. Faunam indicam quantum fieri licuit perfectissimam. Edit. II. multo auctior, curis *Joan. Reinh. Forster*. fol. 1795. 10 Rthlr.

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

<<Der>> Arithmetiker oder compendiöse Bibliothek alles Wissenswürdigen aus der bürgerlichen Rechnungskunst Heft I und II

Eisenach [u.a.] 1795

Enc. 18-15,1/2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10400370-0
VD18 1523830X-001